26

Aufgabe 2 Relaxationsoszillator (26 Punkte)

Die Bauelementewerte der folgenden Schaltung werden in dieser Aufgabe so bestimmt, dass sich eine Schwingung mit vorgegebener Amplitude und Frequenz ergibt.

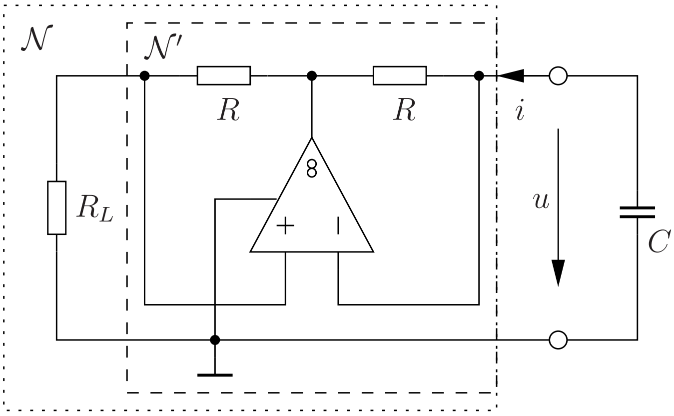
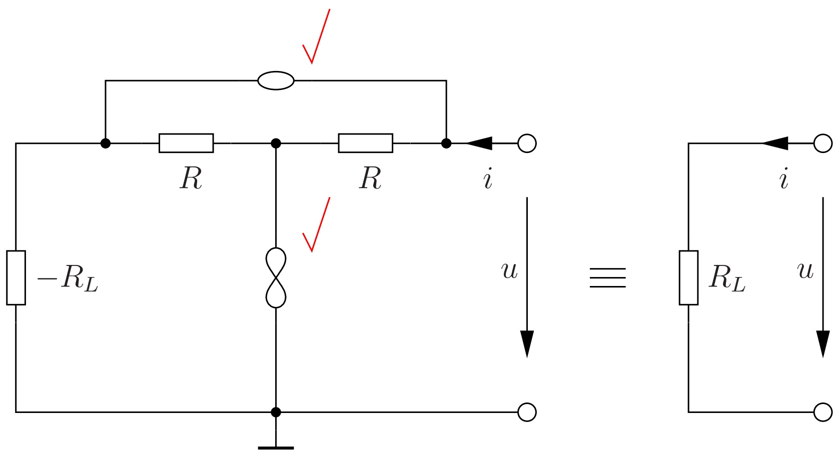


Bild 3. Oszillatorschaltung

2

a)* Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild für $\mathcal{N}$, wenn der Operationsverstärker im linearen Bereich arbeitet.



2

b)* Wie nennt man die Schaltung $\mathcal{N}'$ und was wird durch $\mathcal{N}$ realisiert?

$\mathcal{N}'$: Negativimmittanzkonverter (NIK) $\surd$
$\mathcal{N}$: Negativer Widerstand $\surd$

Für $\mathcal{N}$ hat sich die Kennlinie in Bild 4 ergeben.

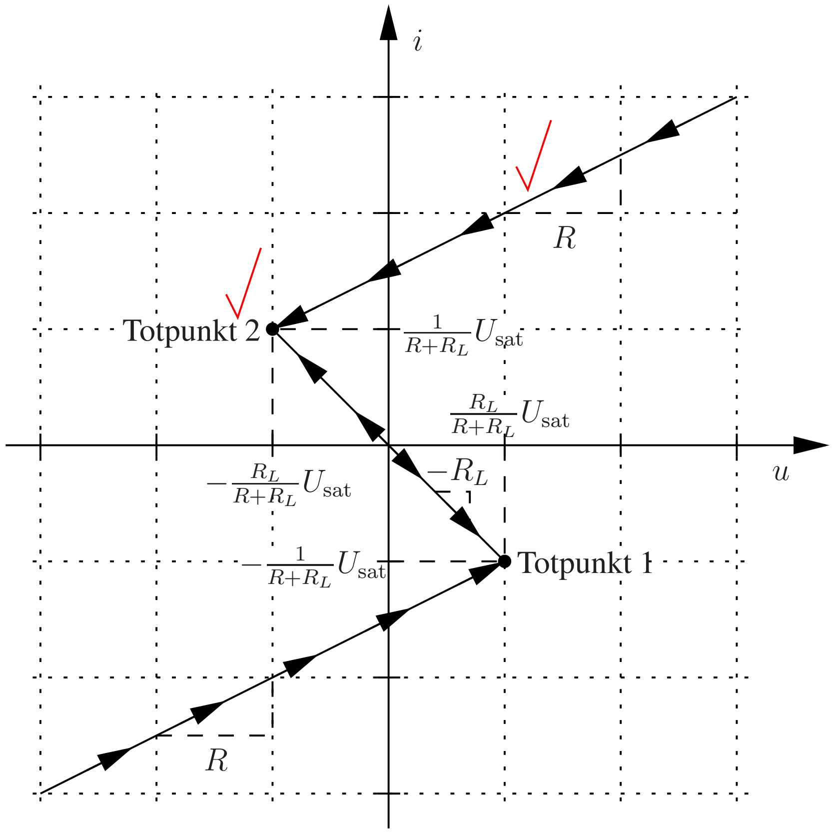


Bild 4. Kennlinie von $\mathcal{N}$ in der u-i Ebene

c) Tragen Sie den dynamischen Pfad für jeden möglichen Startpunkt in Bild 4 ein, kennzeichnen Sie die toten Punkte und geben Sie die Spannungsamplitude $u_{\rm a}$ der auftretenden Schwingung und die Stromwerte unmittelbar vor und nach dem Sprung in Abhängigkeit von R, R_L und $U_{\rm sat}$ an. 5

$u_{\rm a} = \frac{R_L}{R+R_L}U_{\rm sat}$ √

Unmittelbar vor dem Sprung: $i = \pm\frac{1}{R+R_L}U_{\rm sat}$ √

Unmittelbar nach dem Sprung: $i = \pm\left(\frac{1}{R+R_L}U_{\rm sat} + 2\frac{u_{\rm a}}{R}\right)$ √

1 d)* Wodurch lässt sich das Sprungphänomen erklären?

Unzureichende Modellierung, Längsinduktivität wurde vernachlässigt.$\surd$

1 e)* Wie müsste man R verändern, um die Amplitude der Schwingung zu vergrößern (keine Rechnung)?

Durch ein kleineres R wird die Amplitude der Schwingung größer, da die Spannungswerte der Totpunkte vom Betrag größer werden. $\surd$

1 f)* Wie müsste man R wählen, um die Schwingung komplett zu unterdrücken (keine Rechnung)?

Für $R \to \infty$ werden die Totpunkte im Ursprung zusammengezogen und es gibt keine Schwingung. $\surd$

Im Folgenden seien $R_L = 3k\Omega$ und $U_{\text{sat}} = 14\text{V}$ gegeben.

2 g) Wählen Sie R so, dass sich eine Amplitude $u_{\text{a}} = 6\text{V}$ ergibt.

$u_{\text{a}} = u_{\text{TP1}} = \frac{3k\Omega}{R+3k\Omega} 14\text{V} \overset{!}{=} 6\text{V}$
$\Rightarrow R = 4\text{k}\Omega \ \surd\surd$

h) Berechnen Sie die Periodendauer der Schwingung in Abhängigkeit von C. 6
Hinweis: $\ln(\frac{2}{5}) \approx -0.9$

$T = -2RC \ln\left(\frac{-6\text{V}+14\text{V}}{6\text{V}+14\text{V}}\right) = -2RC\ln(\frac{2}{5}) \approx 7.2k\Omega \cdot C$ $\surd\surd\surd\surd\surd\surd$

i)* Wie müsste man C ändern, um die Frequenz zu erhöhen? 1

Für ein kleineres C wird die Periodendauer kürzer und damit die Frequenz höher. $\surd$

Für $C = 1.4\mu$F ergibt sich $T \approx 10ms$. Nutzen Sie in der folgenden Teilaufgabe diese Realisierung.

5

j)* Skizzieren Sie qualitativ den Zeitverlauf der Spannung $u(t)$ und des Stromes $i(t)$ für $t > 0$, wenn $u(t = 0) = u_a$ in Bild 5. Kennzeichnen Sie die Schwingungsperiode und Amplitude. Setzen Sie die Zeichnung so lange fort, bis das Verhalten der Schaltung erkennbar ist.

Unmittelbar vor dem Sprung: $i = \pm 2mA$
Unmittelbar nach dem Sprung: $i = \pm 5mA$ $\surd$

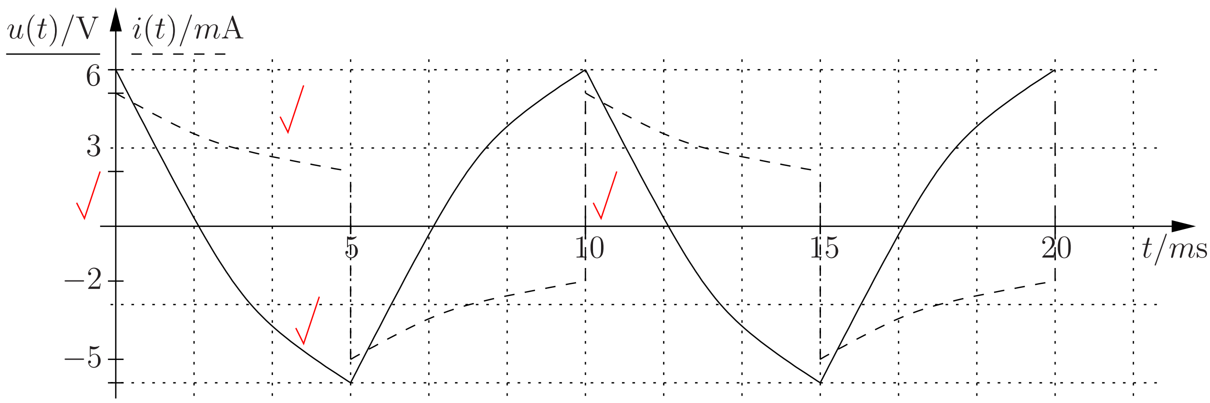


Bild 5. Zeitverlauf der Spannung u und des Stromes i

25 **Aufgabe 1** Berechnung der Impulsantwort einer Schaltung ersten Grades (25 Punkte)

Gegeben sei folgende lineare Schaltung ersten Grades:

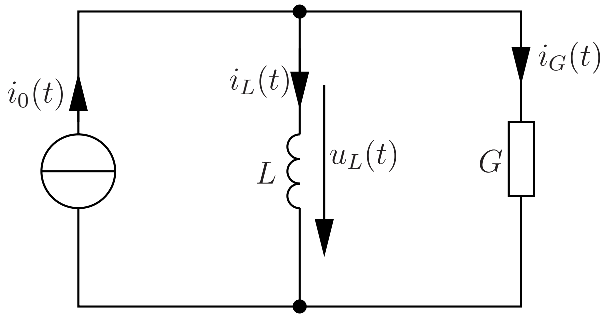


Bild 1. Schaltung ersten Grades mit einer Stromquelle

Sowohl der Leitwert G als auch die Induktivität L seien beide positiv. Die zeitabhängige Stromquelle sei abschnittsweise konstant und liefert den Strom

$$i_0(t) = \begin{cases} \frac{Q_0}{T} & \text{für } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{für } t < 0 \text{ oder } t > T > 0. \end{cases} \tag{1}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei keine Energie in der Induktivität gespeichert und es werden nur Zeiten $t \geq 0$ betrachtet.

1 a)* Wie lautet die Zustandsgröße?

$i_L(t)$ $\surd$

3 b)* Stellen Sie die Differentialgleichung für die Zustandsgröße auf.

$$i_L(t) = i_0(t) - Gu_L(t) \surd = i_0(t) - GL\,\dot{i}_L(t) \surd$$

$$\Rightarrow \dot{i}_L(t) = -\frac{1}{GL} i_L(t) + \frac{1}{GL} i_0(t) \surd$$

Für die Teilaufgaben c) bis e) werden nur Zeiten $0 \leq t \leq T$ betrachtet.

c)* Wie lautet der Zeitverlauf des Induktivitätsstromes $i_L(t)$ in diesem Zeitintervall? 5

$$i_L(t) = i_L(t_\infty) + [i_L(0) - i_L(t_\infty)] \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \checkmark$$

$$i_L(0) = 0\checkmark, i_L(t_\infty) = \frac{Q_0}{T}\checkmark, \tau = GL\checkmark$$

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{Q_0}{T}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \checkmark$$

d) Berechnen Sie damit den Zeitverlauf des Stromes $i_G(t)$ durch den Leitwert G. 2

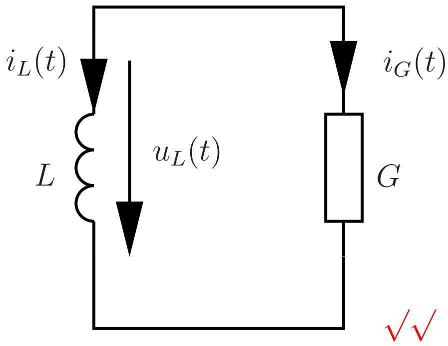
$$i_G(t) = G u_L(t) = GL\, \dot{i}_L\,(t)\checkmark = \frac{Q_0}{T} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \checkmark$$

e) Welchen Wert nimmt der Strom $i_L(t)$ zum Zeitpunkt $t = T$ an? 1

$$i_L(T) = \frac{Q_0}{T}\left[1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)\right] \checkmark$$

Von nun an gelte $t > T$.

2 f)* Zeichnen Sie damit die für Bild 1 gültige Ersatzschaltung.



√√

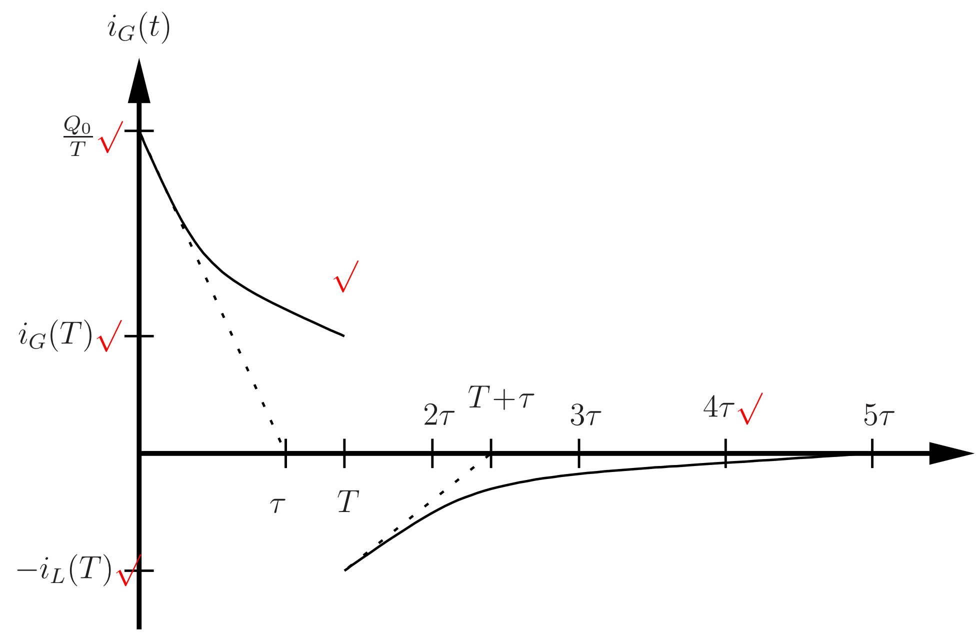
3 g) Berechnen Sie den Zeitverlauf des Stromes $i_L(t)$ für $t > T$.

$$i_L(t) = i_L(T) \exp\left(-\frac{t-T}{\tau}\right) \surd\surd = \frac{Q_0}{T}\left[1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)\right] \exp\left(-\frac{t-T}{\tau}\right) \surd$$

1 h) Bestimmen Sie den Strom $i_G(t)$ für $t > T$.

$$i_G(t) = -i_L(t) \surd = -\frac{Q_0}{T}\left[1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)\right] \exp\left(-\frac{t-T}{\tau}\right)$$

i) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stromes $i_G(t)$ für den gesamten Zeitbereich $0 \leq t \leq 5\tau$. Nehmen Sie an, dass $\tau < T < 2\tau$ gilt und markieren Sie relevante Punkte. 5



Der Strom $i_G(t)$ kann für $t > T$ auf die Form

$$i_G(t) = A(t)\,\frac{1 - \exp\left(\frac{T}{\tau}\right)}{T} \tag{2}$$

gebracht werden, wobei $A(t) > 0$ exponentiell mit t abfällt und nicht von T abhängt.

j)* Welchen Zeitverlauf hat $i_G(t)$ für $T \to 0$? 2

$$\lim_{T\to 0} i_G(t) = A(t) \lim_{T\to 0} \frac{1 - \exp\left(\frac{T}{\tau}\right)}{T} \overset{\text{Taylor-Reihe}}{=} A(t) \lim_{T\to 0} \frac{1 - \left(1 + \frac{T}{\tau}\right)}{T} \surd = -\frac{A(t)}{\tau} \surd$$