Aufgabe 2 Nichtlineares Zweitor (16 Punkte)

16

Gegeben sei die Hybridbeschreibung eines nichtlinearen Zweitors $\mathcal{H}$:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_\mathrm{T} \ln\left(\frac{i_1}{I_\mathrm{s}} + 1\right) \\ \beta_0 i_1 \ln\left(\frac{i_1}{I_\mathrm{s}} + 1\right) \end{bmatrix}.$$

a)* Ist das Zweitor quellenfrei? Begründen Sie Ihre Antwort.

2

$$\begin{bmatrix} u_1(0,0) \\ i_2(0,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \surd \Rightarrow \text{Das Zweitor ist quellenfrei} \surd$$

b)* Geben Sie die Leitwertsbeschreibung des Zweitors an.

4

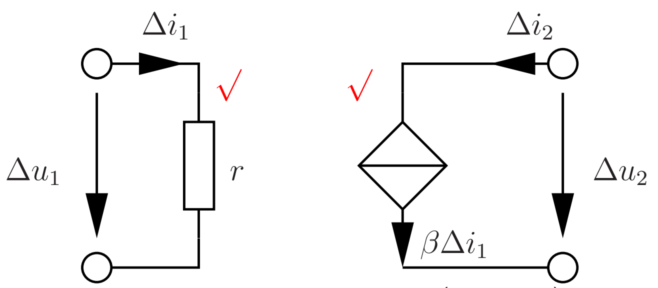
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_\mathrm{s}(e^{\frac{u_1}{U_\mathrm{T}}} - 1) \surd \\ \beta_0 \frac{u_1}{U_\mathrm{T}} I_\mathrm{s}(e^{\frac{u_1}{U_\mathrm{T}}} - 1) \surd\surd\surd \end{bmatrix}$$

6 c)* Geben Sie die um den Arbeitspunkt $(\boldsymbol{U}_{\text{AP}}, \boldsymbol{I}_{\text{AP}})$ linearisierte Hybridbeschreibung des Zweitors an.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1,\text{AP}} \\ I_{2,\text{AP}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{J_h}(\boldsymbol{U}_{\text{AP}}, \boldsymbol{I}_{\text{AP}}) \begin{bmatrix} \Delta i_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} \quad \checkmark\checkmark$$

$$\boldsymbol{J_h}(\boldsymbol{U}_{\text{AP}}, \boldsymbol{I}_{\text{AP}}) = \begin{bmatrix} \frac{U_{\text{T}}}{I_{\text{s}}} \frac{1}{I_{1,\text{AP}}/I_{\text{s}}+1} & 0 \\ \frac{\beta_0}{I_{\text{s}}} \frac{I_{1,\text{AP}}}{I_{1,\text{AP}}/I_{\text{s}}+1} + \beta_0 \ln\left(\frac{I_{1,\text{AP}}}{I_{\text{s}}} + 1\right) & 0 \end{bmatrix} \checkmark\checkmark\checkmark\checkmark$$

4 d) Zeichnen Sie das Kleinsignal-Ersatzschaltbild des Zweitors $\mathcal{H}$ im gegebenen Arbeitspunkt. Achten Sie auf eine korrekte Beschriftung!



$r = \frac{U_{\text{T}}}{I_{\text{s}}} \frac{1}{I_{1,\text{AP}}/I_{\text{s}}+1} (= h_{11})$ $\checkmark$ und $\beta = \frac{\beta_0}{I_{\text{s}}} \frac{I_{1,\text{AP}}}{I_{1,\text{AP}}/I_{\text{s}}+1} + \beta_0 \ln\left(\frac{I_{1,\text{AP}}}{I_{\text{s}}} + 1\right) (= h_{21})$ $\checkmark$

Aufgabe 4 Schaltung zur Spannungsstabilisierung (31 Punkte)

31

Gegeben sei die Schaltung in Bild 4 zur Spannungsstabilisierung. Die Aufgabe der Schaltung besteht darin, die Schwankungen Δu_e der Eingangsspannung $u_\mathrm{e} = U_\mathrm{e} + \Delta u_\mathrm{e}$ in der Ausgangsspannung $u_\mathrm{a} = U_\mathrm{a} + \Delta u_\mathrm{a}$ zu unterdrücken, d. h. deren Spannungsschwankungen Δu_a so klein wie möglich zu halten.

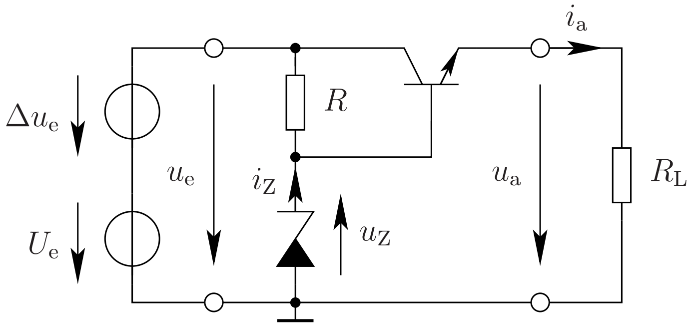


Bild 4: Schaltung zur Spannungsstabilisierung

Zunächst soll eine Großsignal-Analyse der Schaltung vorgenommen werden. Bild 5 zeigt das Großsignal-Ersatzschaltbild (ESB) des Transistors.

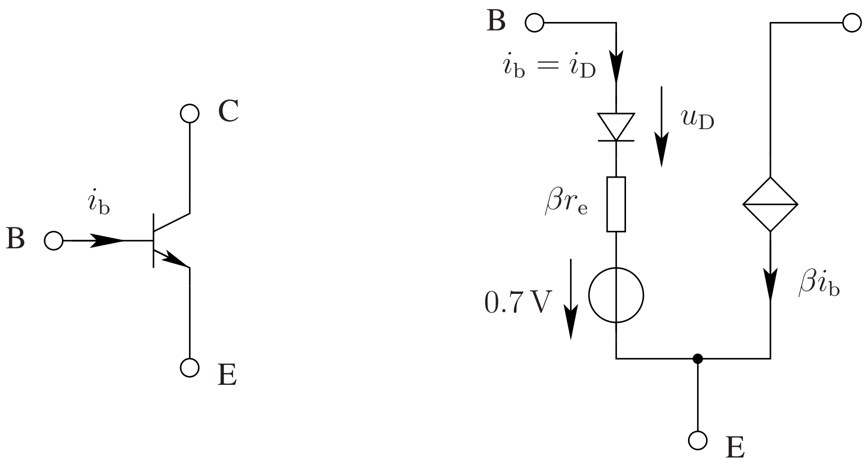
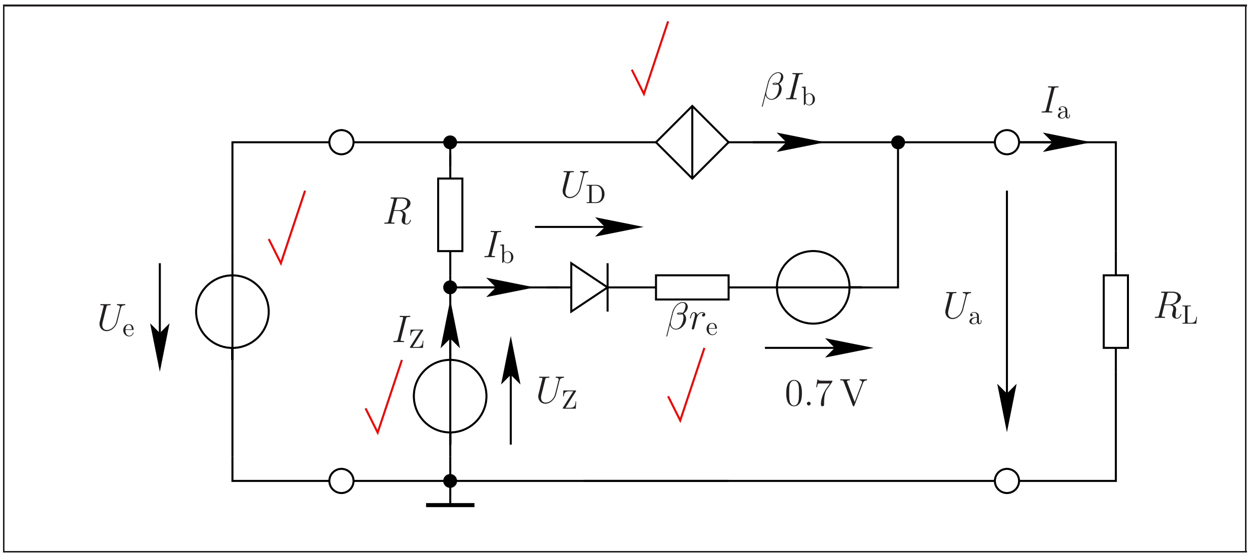


Bild 5: Großsignal-ESB des Transistors

a)* Zeichnen Sie das Großsignal-ESB der Schaltung aus Bild 4 unter Verwendung des Großsignal-Transistor-ESBes in Bild 5. Ersetzen Sie die Zenerdiode durch eine ideale Spannungsquelle mit dem Wert U_Z. 4

Hinweis: Die Spannungsschwankungen werden bei einer Großsignal-Analyse zu Null gesetzt, d. h. $\Delta u_\mathrm{e} = \Delta u_\mathrm{a} = 0$, $u_\mathrm{a} = U_\mathrm{a}$, $i_\mathrm{a} = I_\mathrm{a}$ und $u_\mathrm{Z} = U_\mathrm{Z}$.



1 b)* Welche Beziehung erzwingt der Widerstand R_L zwischen U_a und I_a?

$$U_a = R_L I_a$$

1 c) Berechnen Sie I_a in Abhängigkeit von β und I_b.

$$I_a = \beta I_b + I_b = (\beta + 1)\, I_b$$

1 d) Ermitteln Sie aus den Ergebnissen von Teilaufgabe b) und c) einen Ausdruck für I_b in Abhängigkeit von U_a, β und R_L.

$$U_a = R_L\,(\beta + 1)\, I_b$$
$$I_b = \frac{U_a}{R_L\,(\beta + 1)}$$

3 e) Berechnen Sie mittels einer geeigneten Maschengleichung und dem Ergebnis aus Teilaufgabe d) die Ausgangsspannung U_a in Abhängigkeit von U_Z, β, R_L und r_e.
Hinweis: Die Diode wird im Durchlaßbereich betrieben, d. h. $U_D = 0$.

$$U_a = -U_Z - r_e \beta I_b - 0.7\,\mathrm{V} = -U_Z - \frac{r_e \beta U_a}{R_L\,(\beta + 1)} - 0.7\,\mathrm{V}$$
$$U_a = \frac{R_L\,(\beta + 1)}{R_L\,(\beta + 1) + r_e \beta}\,(-U_Z - 0.7\,\mathrm{V})$$

f) Welcher Ausdruck ergibt sich für U_a falls $r_\mathrm{e} \to 0$? 1

$$U_\mathrm{a} = -U_\mathrm{Z} - 0.7\,\mathrm{V}\surd$$

Die Kennlinie der Zenerdiode ist im Bild 6 gegeben.

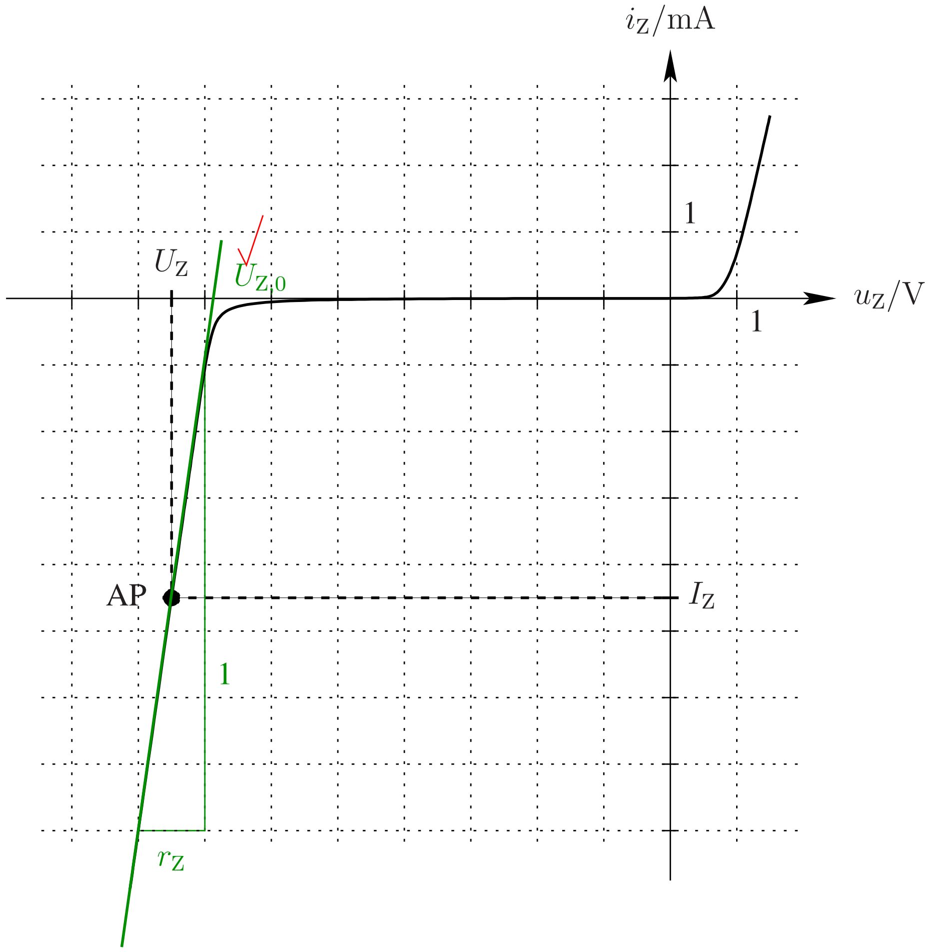


Bild 6: Kennlinie der Zenerdiode

g)* Nennen Sie drei Eigenschaften der Zenerdiode als resistives Eintor! 3

gepolt, passiv, quellenfrei √√√

Nun soll die Großsignal-Ersatzschaltung der Zenerdiode verbessert werden, indem sie durch eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand ersetzt wird, die die Kennlinie der Zenerdiode im Arbeitspunkt $\mathrm{AP}(U_\mathrm{Z}, I_\mathrm{Z})$ (siehe Bild 6) bestmöglich approximiert.

h)* Zeichnen Sie die Kennlinie der Großsignal-Ersatzschaltung für die Zenerdiode in Bild 6 ein und bestimmen Sie graphisch die Werte der Elemente des ESBes, d. h. den Innenwiderstand r_Z und die Leerlaufspannung $U_{\mathrm{Z},0}$. 3

$$r_Z = \frac{1\,\text{V}}{7\,\text{mA}} = \frac{1}{7}\,\text{k}\Omega \qquad U_{Z,0} = -6\frac{6}{7}\,\text{V}$$

Nun folgt eine Kleinsignal-Analyse. Bild 7 zeigt das Kleinsignal-ESB des Transistors.

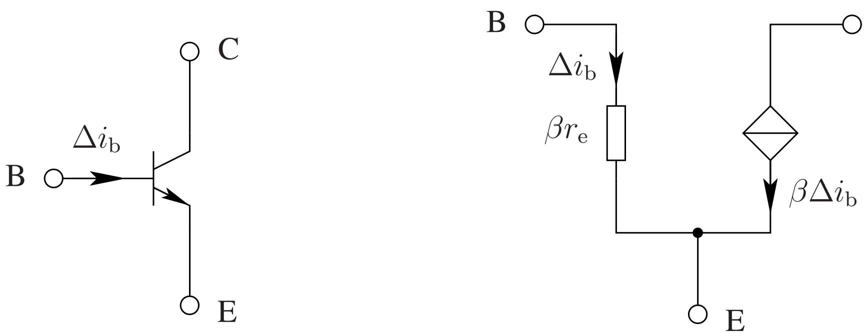
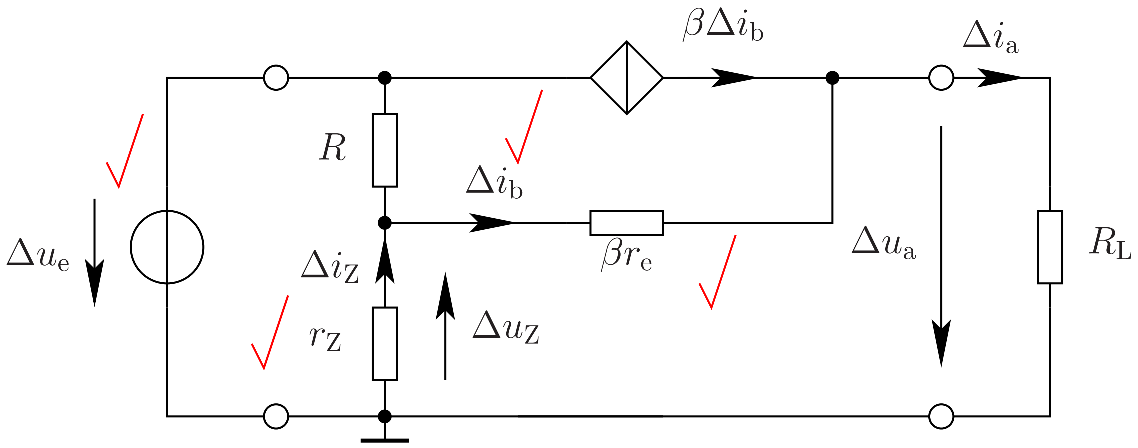


Bild 7: Kleinsignal-ESB des Transistors

1 i)* Wie sieht das lineare Kleinsignal-ESB der Zenerdiode aus?

Widerstand mit dem Wert r_Z

4 j) Zeichnen Sie schließlich das Kleinsignal-ESB der Gesamtschaltung aus Bild 4 unter Verwendung von Bild 7 und Teilaufgabe i).



Im folgenden soll die Abhängigkeit der Kleinsignal-Ausgangsspannung Δu_{a} von der Kleinsignal-Eingangsspannung Δu_{e} untersucht werden.

k) Bestimmen Sie zunächst Δu_{a} in Abhängigkeit von Δu_{Z}, β, R_{L} und r_{e}. 5

Hinweis: Der Lösungsweg muß erkennbar sein!

$$\Delta u_{\mathrm{a}} = R_{\mathrm{L}} \Delta i_{\mathrm{a}} = R_{\mathrm{L}} (\beta + 1) \Delta i_{\mathrm{b}} \surd\surd$$

$$\Rightarrow \Delta i_{\mathrm{b}} = \frac{\Delta u_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1)}$$

$$\Delta u_{\mathrm{a}} = -\Delta u_{\mathrm{Z}} - r_{\mathrm{e}} \beta \Delta i_{\mathrm{b}} = -\Delta u_{\mathrm{Z}} - \frac{r_{\mathrm{e}} \beta \Delta u_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1)} \surd\surd$$

$$\Delta u_{\mathrm{a}} = -\frac{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1)}{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1) + r_{\mathrm{e}} \beta} \Delta u_{\mathrm{Z}} \surd$$

l) Berechnen Sie nun Δu_{Z} in Abhängigkeit von Δu_{e}, R und r_{Z} für die Näherung $\Delta i_{\mathrm{b}} \approx 0$ und geben Sie schließlich Δu_{a} in Abhängigkeit von Δu_{e}, R, r_{Z}, β, R_{L} und r_{e} an. Verwenden Sie dazu das Ergebnis aus Teilaufgabe k). 2

$$\Delta u_{\mathrm{Z}} = -\frac{r_{\mathrm{Z}}}{r_{\mathrm{Z}} + R} \Delta u_{\mathrm{e}} \surd$$

$$\Delta u_{\mathrm{a}} = \frac{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1)}{R_{\mathrm{L}} (\beta + 1) + r_{\mathrm{e}} \beta} \frac{r_{\mathrm{Z}}}{r_{\mathrm{Z}} + R} \Delta u_{\mathrm{e}} \surd$$

m) Welche Beziehung ergibt sich zwischen Δu_{a} und Δu_{e} für $r_{\mathrm{Z}} \to 0$? Was bedeutet dies für die Funktionsweise der Schaltung? 2

$\Delta u_{\mathrm{a}} \to 0$ $\surd$

Schwankungen Δu_{e} der Eingangsspannung werden am Ausgang ideal unterdrückt $\surd$

29

Aufgabe 1 Resistives Zweitor (29 Punkte)

Gegeben sei das folgende resistive Netzwerk in Bild 1, das aus der Verschaltung der Widerstände R_1, R_2, R_3 zu einem Zweitor bestehe. Es gelte: $R_1, R_2, R_3 > 0$.

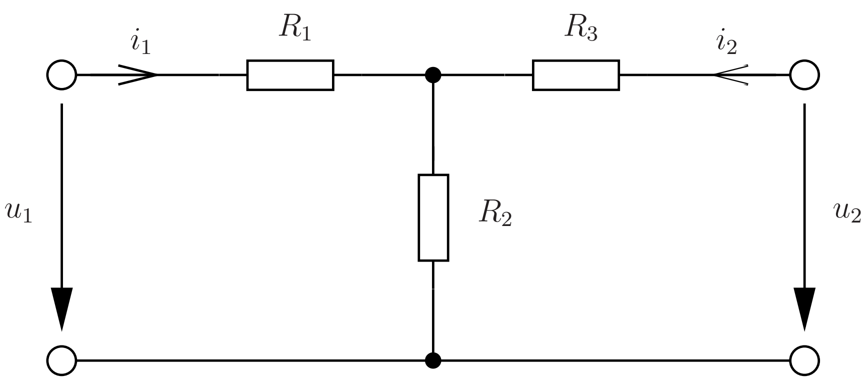


Bild 1: T-Glied

4

a)* Geben Sie die Widerstandsmatrix $\boldsymbol{R}_\mathrm{T}$ des Netzwerkes in Bild 1 an!

$$\left.\frac{u_1}{i_1}\right|_{i_2=0} = R_1 + R_2 \qquad \left.\frac{u_2}{i_2}\right|_{i_1=0} = R_2 + R_3$$

$$\left.\frac{u_1}{i_2}\right|_{i_1=0} = R_2 \qquad \left.\frac{u_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = R_2$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{R}_\mathrm{T} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 \surd & R_2 \surd \\ R_2 \surd & R_2 + R_3 \surd \end{bmatrix}$$

1

b)* Ist das Zweitor reziprok? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ja, wegen $\boldsymbol{R}_\mathrm{T} = \boldsymbol{R}_\mathrm{T}{}^\mathrm{T}. \surd$

c)* Ist das Zweitor umkehrbar? Begründen Sie Ihre Antwort. 2

Nein! √ $\boldsymbol{R}'_\mathrm{T}$ des “umgedrehten” Zweitores lautet: $\boldsymbol{R}'_\mathrm{T} = \begin{bmatrix} R_2 + R_3 & R_2 \\ R_2 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \neq \boldsymbol{R}_\mathrm{T}$ √

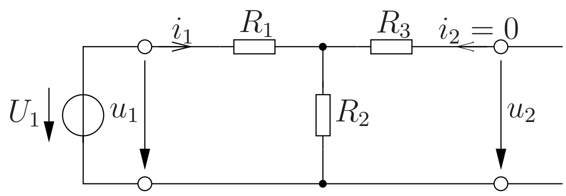
d)* Geben Sie mit Hilfe der Widerstandsmatrix $\boldsymbol{R}_\mathrm{T}$ die implizite Beschreibung des Zweitores $[\boldsymbol{M}\boldsymbol{N}]\begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{i} \end{bmatrix} = \boldsymbol{0}$ an. 2

$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}_\mathrm{T}\boldsymbol{i}, \quad \boldsymbol{u} - \boldsymbol{R}_\mathrm{T}\boldsymbol{i} = \boldsymbol{0}$

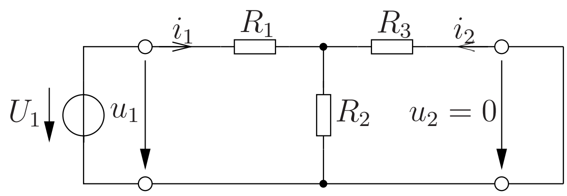
$\boldsymbol{M}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{N}\boldsymbol{i} = \boldsymbol{0}$

$\Rightarrow \boldsymbol{M} = \boldsymbol{1}$√, $\quad \boldsymbol{N} = -\boldsymbol{R}_\mathrm{T}$√

e)* Geben Sie jetzt auch die Betriebsmatrix $\begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix}$ der parametrisierten Beschreibung des Zweitores an, die Sie durch die beiden folgenden Beschaltungen in Bild 2 erhalten. 6



(a) Beschaltung (1)



(b) Beschaltung (2)

Bild 2: Beschaltungen des T-Gliedes

$$u_1{}^{(1)} = U_1 \checkmark$$
$$u_2{}^{(1)} = \frac{R_2}{R_1+R_2} U_1 \checkmark$$
$$i_1{}^{(1)} = \frac{U_1}{R_1+R_2} \checkmark$$
$$i_2{}^{(1)} = 0 \checkmark$$
$$u_1{}^{(2)} = U_1$$
$$u_2{}^{(2)} = 0$$
$$i_1{}^{(2)} = \frac{U_1(R_2+R_3)}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \checkmark$$
$$i_2{}^{(2)} = -\frac{U_1R_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \checkmark$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & U_1 \\ \frac{U_1R_2}{R_1+R_2} & 0 \\ \frac{U_1}{R_1+R_2} & \frac{U_1(R_2+R_3)}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \\ 0 & -\frac{U_1R_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \end{bmatrix}$$

2 f) Können Sie mit geeigneten Dimensionierungen von R_1, R_2, R_3 in Bild 1 eine beliebige Widerstandsmatrix $\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ mit $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \delta$ und $\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0$ erzielen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Nein! $\checkmark$ Man kann nur ein $\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ erzielen, da man zu wenige Freiheitsgrade hat. $\checkmark$

Die im Folgenden zu realisierende Matrix $\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ soll in eine Summe von zwei Teilmatrizen $\boldsymbol{R}_1$ und $\boldsymbol{R}_2$ aufgespalten werden. Dabei gelte: $\boldsymbol{R}_1 = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$.

4 g)* Was ergibt sich daraus für die Matrix $\boldsymbol{R}_2$, und welches Zweitor besitzt eine solche Widerstandsmatrix?

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}, \quad \boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \beta-\gamma \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \checkmark\checkmark$$

$\Rightarrow$ stromgesteuerte Spannungsquelle ISU $\checkmark\checkmark$

h) Ergänzen Sie das Zweitor mit der Widerstandsbeschreibung $\begin{bmatrix} u_1'' \\ u_2'' \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_2 \begin{bmatrix} i_1'' \\ i_2'' \end{bmatrix}$ im gestrichelten Kasten $\mathcal{F}_2$ des Bildes 3 mit Hilfe Ihres Ergebnisses aus der vorherigen Teilaufgabe, und beschriften Sie die eingezeichneten Netzwerksymbole. 3

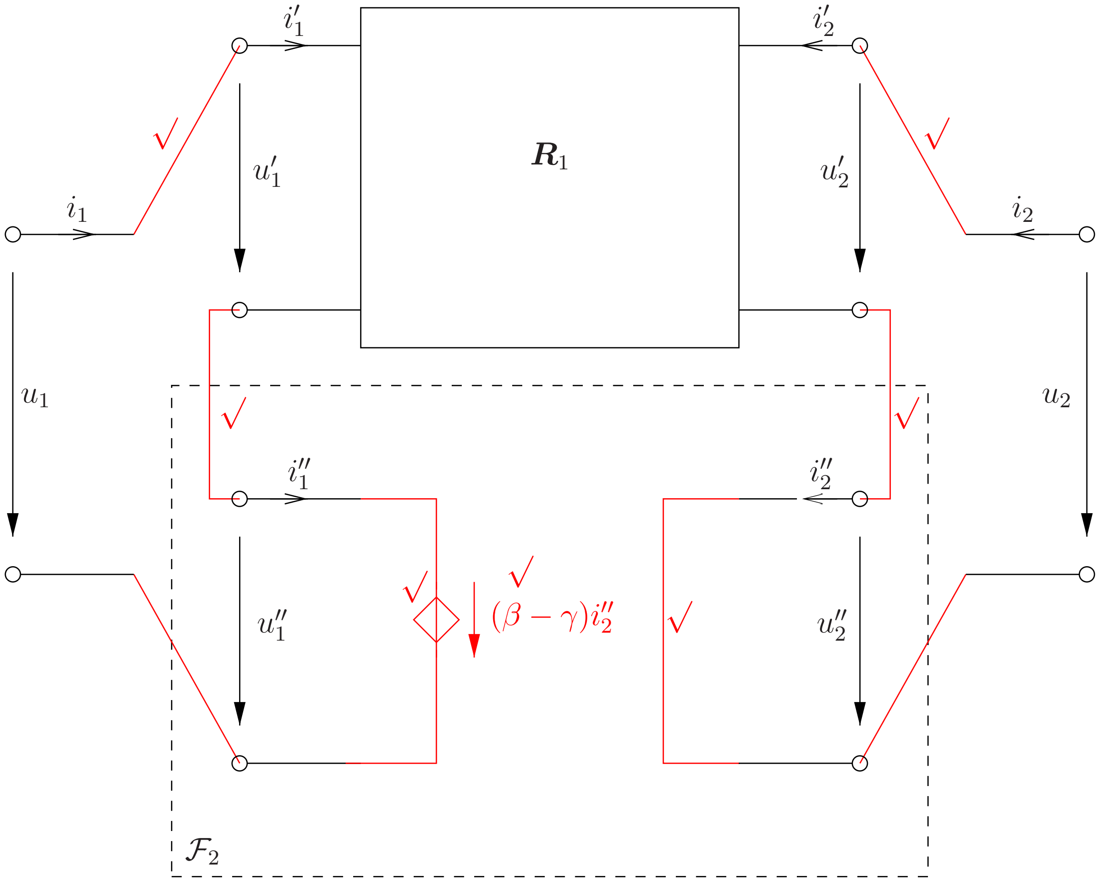


Bild 3: Zweitor-Zusammenschaltung

i)* Verschalten Sie nun in Bild 3 die beiden Zweitore so, dass Sie als Resultat ein Zweitor mit der Widerstandsmatrix $\boldsymbol{R}$ erhalten. Wie nennt man diese Art der Zusammenschaltung? 5

Reihenschaltung √

16

Aufgabe 4 Bipolartransistoren (16 Punkte)

Gegeben ist folgendes Zweitor aus Bipolartransistoren.

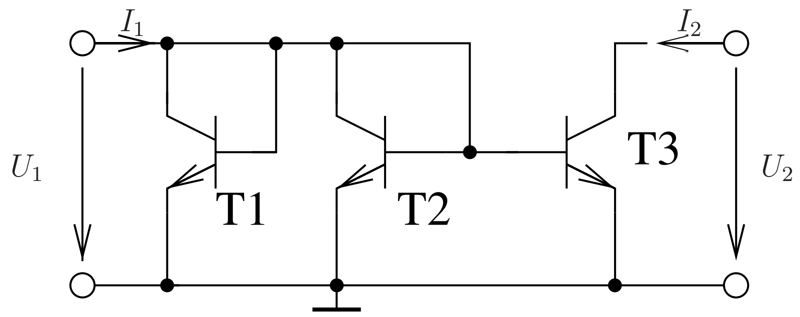


Bild 7. Zweitor mit Bipolartransistoren

Alle drei Bipolartransistoren T1, T2 und T3 haben *identische* Eigenschaften und werden durch folgendes Großsignal-Ersatzschaltbild im Vorwärtsbetrieb beschrieben.

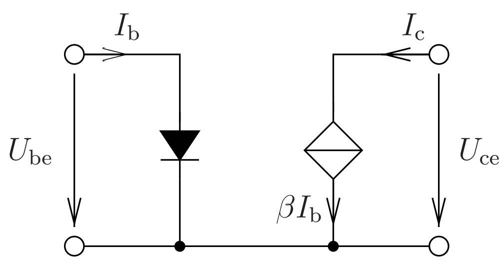


Bild 8. Großsignal-Ersatzschaltbild eines npn-Bipolartransistors

3

a)* Geben Sie die Ersatzschaltung des Zweitors (Bild 7) unter Verwendung des Großsignal-Ersatzschaltbilds aus Bild 8 an.

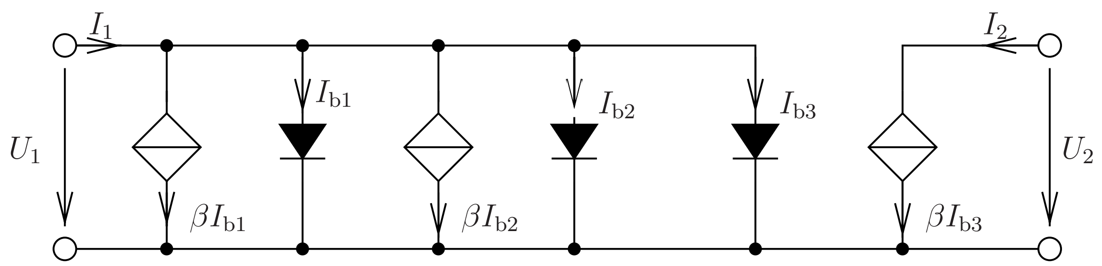


Bild 9.

b) Bestimmen Sie den Strom I_2 in Abhängigkeit von I_1 und den Transistorparametern. Geben Sie auch die Zwischenüberlegungen in der Herleitung an! 5

$I_2 = \beta I_{\mathrm{b3}}$ √
$I_{\mathrm{b3}} = I_s(\exp^{U_{\mathrm{be3}}/U_T} - 1)$, $U_{\mathrm{be1}} = U_{\mathrm{be2}} = U_{\mathrm{be3}} = U_1$ √(KVL)
$I_{\mathrm{b1}} = I_{\mathrm{b2}} = I_{\mathrm{b3}}$ √
$I_1 = (\beta+1)I_{\mathrm{b1}} + (\beta+1)I_{\mathrm{b2}} + I_{\mathrm{b3}}$ √(KCL)
$I_1 = I_{\mathrm{b3}}(2\beta+3)$
$I_2 = I_1\beta/(2\beta+3)$ √

c) Wie groß ist I_2 für $\beta \to \infty$? 1

$\lim_{\beta\to\infty} I_2 = I_1/2$ √

d) Welche Funktion erfüllt das Zweitor (Bild 7) in diesem Fall? 1

Stromteiler bzw. Stromspiegel mit Faktor 1/2 √

e) Geben Sie die hybride Beschreibung des Zweitors für endliche β an. 3

$U_1 = U_T \ln(\frac{I_1}{(3+2\beta)I_s} + 1)$
$I_2 = \frac{\beta}{3+2\beta} I_1$

f) Nennen Sie eine Beschreibungsform des Zweitors (Bild 7), die nicht existiert. **Begründen Sie Ihre Antwort!** 3

z.B. inverse Hybrid- oder Widerstandsbeschreibung, da U_2 (beliebig) eine steuernde Größe ist.