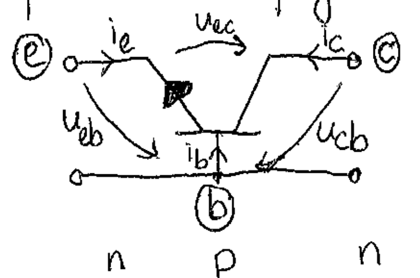
MUSTERLÖSUNG - Übungsblatt 7

A1) Wir haben eine Schaltung gegeben, die einen npn-Bipolartransistor beinhaltet. Zunächst schauen wir uns an, welche Eigenschaften ein npn-Transistor besitzt.
Zunächst der Name npn, stammt aus der Dotierungsart der Klemmen des Bipolartransistors. Ein Transistor ist ein Dreipol. Die Namen der Klemmen eines Bipolartransistors sind, Emitter (e), Kollektor (c), Basis (b). Wie der Name schon verrät, hat der Bipolartransistor, zwei Pole, die den Charakter des Transistors bestimmen und der dritte Pol ist die sogenannte ~~Klemme~~ gemeinsame Klemme. Der Name Emitter besagt, dass diese Klemme den Strom sendet (lat. emitare), Kollektor sammelt den Strom auf. Der Name der Transistorart ist auch in dieser Reihenfolge zu lesen. Die erste Buchstabe ergibt die Dotierungsart des Emitters, zweite die der Basis und dritte die des Kollektors. Beispielsweise ist bei npn-Transistor, Emitter und Kollektor n-dotiert und Basis p-dotiert. Dotierung ist eine Methode um die Ladungsträgerdichte ($n \hat{=}$ Elektronen, $p \hat{=}$ Löcher) bei Halbleitermaterialien, womit die Transistoren hergestellt sind, künstlich zu erhöhen. Dadurch kann man eine größere Leitfähigkeit erreichen.
Bei der Zeichnung eines Transistors wird die Basis immer mit einem Querbalken angedeutet. Außerdem wird die Diode (siehe auch ESB des Transistors) in Emitter-Basis-Strecke mit einem Pfeil angedeutet. Je nach Art zeigt bei npn-Transistor der Pfeil zum Emitter, da die Basis p-dotiert und Emitter n-dotiert, bei pnp-Transistor zur Basis, genau umgekehrt. Nach der Konvention sind die Klemmenströme (i_e, i_c, i_b) in Richtung des Inneren des Transistors zu zeichnen. Die Richtung der Spannungen ist intuitiver, beispielsweise stellt u_{be} die Spannung zwischen Basis und Emitter dar.
Es gibt jeweils 3 Transistorschaltungen für npn und pnp-Transistor, je nachdem welche Klemme als gemeinsame Klemme gewählt wird. Beispielsweise sieht die Basisschaltung eines npn-Transistors folgendermaßen aus:



Diese Basisschaltung ist durch eine Leitwertsbeschreibung für resistiven Betrieb, den wir uns im Rahmen dieser Vorlesung anschauen, dargestellt. Die heißen Ebers-Moll-Gleichungen und lauten:

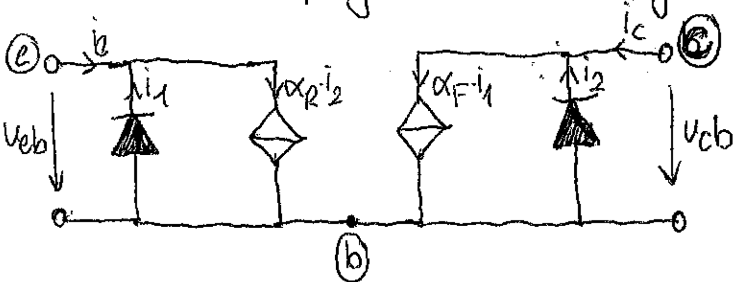
$$i_e = -I_{es}\left(e^{\frac{-u_{eb}}{U_T}} - 1\right) + \alpha_R I_{cs}\left(e^{\frac{-u_{cb}}{U_T}} - 1\right)$$

$$i_c = \alpha_F I_{es}\left(e^{\frac{-u_{eb}}{U_T}} - 1\right) - I_{cs}\left(e^{\frac{-u_{cb}}{U_T}} - 1\right)$$

mit $U_T \approx 26\,mV$
$I_{es} \approx I_{cs} \approx (10^{-12} \dots 10^{-10})\,A$
$\alpha_R \approx 0{,}5$
$\alpha_F \approx 0{,}99$

Wenn man sich diese Gleichungen anschaut, merkt man, dass diese Ähnlichkeiten zu pn-Dioden besitzen. Diese Vorüberlegung ist richtig und detaillierte Ersatzschaltbilder haben Dioden drin. Diese Diodencharakteristik ist genau der Grund, wieso die Transistoren so viel angesetzt sind. Wie eine Diode einen Sperr- und einer Durchlassbereich hat, hat der Transistor auch so ähnliche Bereiche, nämlich Vorwärts- und Rückwärtsbetrieb, je nachdem welche Diode in dem Großsignalersatzschaltbild sperrt und welche leitet. Mit Hilfe dieser Eigenschaft kann man die Logikschaltungen realisieren, also 1 und 0, abhängig davon ob die Dioden sperren oder leiten. Jedoch sind heutzutage in integrierten Schaltungen die Feldeffekttransistoren verwendet statt der Bipolartransistor. Die haben aber schaltungstechnisch ähnliche Eigenschaften.

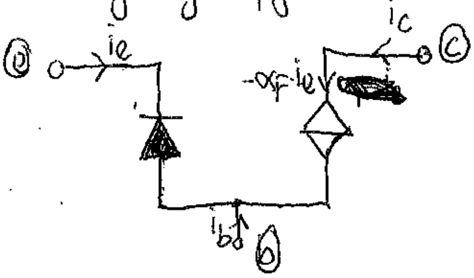
Das Großsignalersatzschaltbild unten gehorcht dem Ebers-Moll-Modell völlig und ist dergestalt:



mit $i_1 = I_{es}\left(e^{\frac{-u_{eb}}{U_T}} - 1\right)$

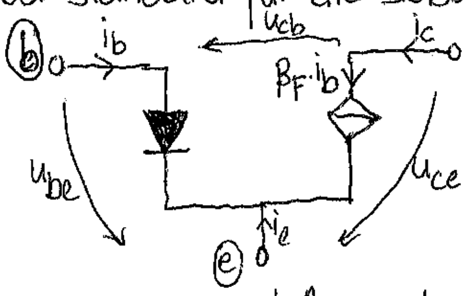
und $i_2 = I_{cs}\left(e^{\frac{-u_{cb}}{U_T}} - 1\right)$

Am häufigsten wird ein Transistor in der Praxis im Vorwärtsbetrieb betrieben, der die Bedingungen $u_{eb} < 0$ ($\hat{=}$ Emitter-Basis-Diode leitet) und $u_{cb} \geq 0$ (Kollektor-Basis-Diode sperrt) hat. Diese Bedingungen sollen erfüllt werden, wenn man mit den unten gezeichneten ESBs arbeiten will. Sonst sind diese nicht gültig. Aufgrund der Vorwärtsbetriebbedingungen vereinfacht sich das obige ESB zu:



Dabei:
- Wegen $u_{cb} \geq 0$ sperrt die Diode am Kollektor-Basis-Zweig und $i_2 = 0$. Deswegen fällt auch die abhängige Stromquelle mit dem Wert $\alpha_R \cdot i_2$ weg. Man ersetzt beide Teile mit einem Leerlauf und erreicht das linke ESB.
- Man beachte, dass $i_e = -i_1$ gilt. Deswegen auch negatives Vorzeichen bei $-\alpha_F \cdot i_e$.

Aus historischen Gründen ist die Emitterschaltung und ihre Hybridbeschreibung aber standard für die ESBs. Also hat das feine Großsignal-ESB in Emitterschaltung die Form:

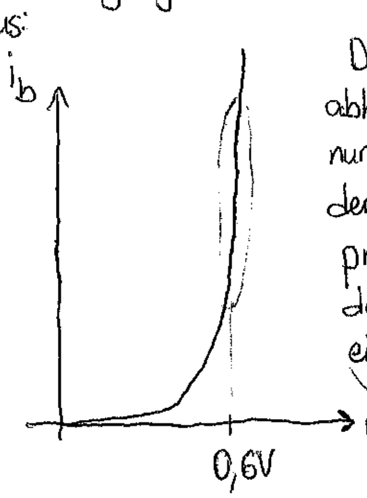


mit den Vorwärtsbetriebbedingungen:

$u_{be} > 0$ und $u_{cb} \geq 0$

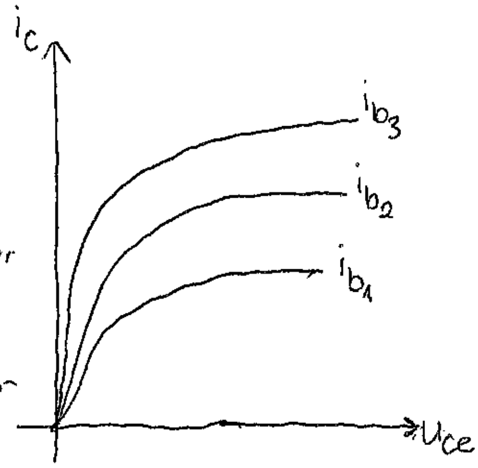
und mit den sogenannten Verstärkungsfaktor $B_F = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F}$. (siehe Skript)

Die Eingangs- und Ausgangskennlinien eines npn-Transistors im Vorwärtsbetrieb sehen folgendermaßen aus:



Eingangskennlinie

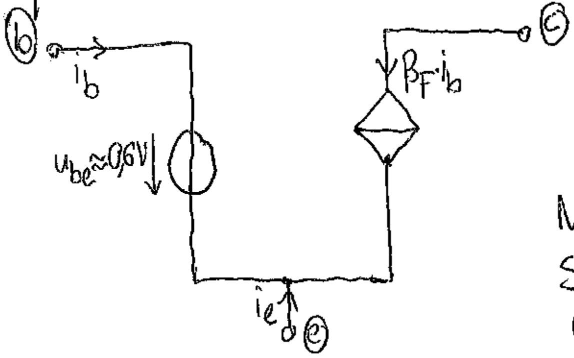
Da der Eingang kaum von u_{ce} abhängt ist die Eingangskennlinie nur eine einzige und entspricht der exponentiellen Kennlinie einer pn-Diode. Man kann hier merken, dass die Eingangskennlinie für einen großen Intervall von i_b ungefähr gleichen Spannungswert $u_{be} \cong 0{,}6V$ hat.



Ausgangskennlinien

$i_{b_1} < i_{b_2} < i_{b_3}$

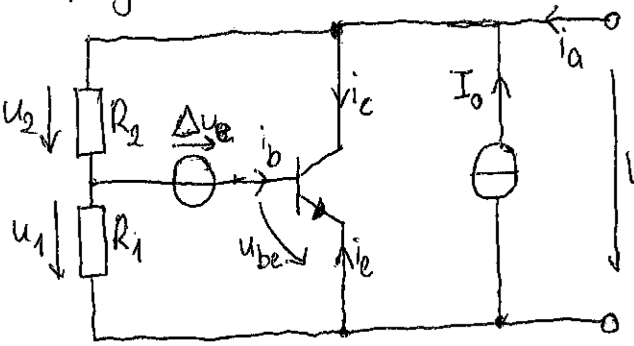
Aus der obigen Überlegung an der Eingangskennlinie ergibt sich das grobe Großsignal-ESB des npn-Transistors im Vorwärtsbetrieb:



→ Die Diode am Basis-Emitter-Ast wird also durch eine konstante Spannungskennlinie modelliert.

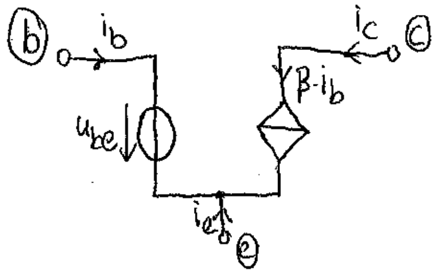
→ Bei pnp-Transistor gehen diese Überlegungen völlig analog. Man soll lediglich die Vorzeichen der Spannungen und Ströme umkehren und die Bedingungen dazu anpassen. (Siehe Skript)

a) Wir haben eine Schaltung gegeben, die einen npn-Transistor beinhaltet und sollen das grobe Großsignalersatzschaltbild dieses Transistors zeichnen. Die Schaltung sieht folgendermaßen aus:

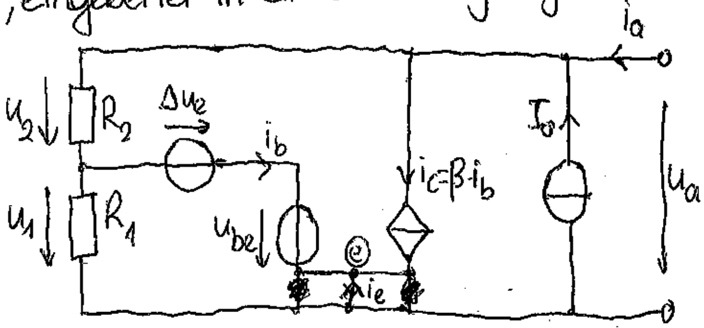


→ Es ist in der Fragestellung außerdem angegeben, dass wir davon ausgehen, dass der Transistor im Vorwärtsbetrieb ist. Das heißt, dass wir das obige grobe Großsignalersatzschaltbild in diesem Fall verwenden dürfen.

→ GS-ESB des Transistors:



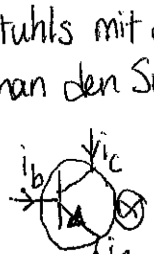
, eingebettet in die Schaltung ergibt:



Hier statt β_F, β: Beide sind ab und zu verwendet. Außerdem hier u_{be} nicht zu 0,6V gleichsetzen, da es in der Fragestellung gegeben ist, dass diese Spannung u_{be} sei.

b) Wir sollen in dieser Teilaufgabe zeigen, dass die Gleichung $(\beta+1)\cdot i_b + \frac{u_{be}+\Delta u_e}{R_1} = I_0$ gilt. Um diese zu zeigen sollen wir zunächst aus der Angabe entnehmen, dass $i_C = \beta \cdot i_b$ gilt. Dieser Zusammenhang ist üblich bei Bipolartransistoren im Vorwärtsbetrieb.

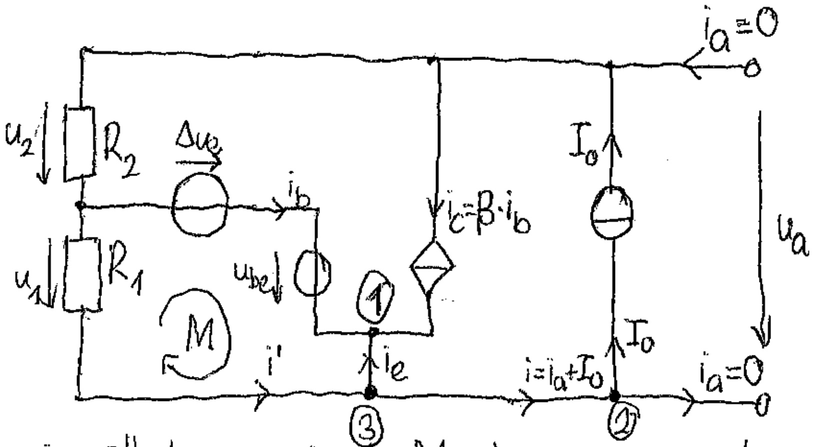
→ Diese Aufgabe habe ich einer GOP entnommen und leicht modifiziert. Die GOP beinhaltete eigentlich nur Teilaufgabe a) nicht, die habe ich hinzugefügt. Also ist in der Musterlösung des Lehrstuhls mit der originalen Schaltung dieser Aufgabe gearbeitet. In der Lösungsweise soll man den Superknoten am Transistor behandeln und KCL dafür aufstellen, nämlich:



⊗: KCL
$i_b + i_e + i_c = 0.$

Man kann hier aber direkt merken, dass wir durch das ESB von Teilaufgabe a nichts geändert haben. Es gilt immer noch $i_C = \beta \cdot i_b$ und $u_{be} = u_{be}$. Und deswegen werde ich jetzt mit dem ESB arbeiten, was völlig äquivalent zur obigen Schaltung ist.

→ Zunächst zeichnen wir die Schaltung nochmal hin und schreiben wir die Gleichung nochmal auf:



$$(\beta+1) i_b + \frac{u_{be} + \Delta u_e}{R_1} = I_0 \,.$$

→ Wenn man die Gleichung untersucht, merkt man, dass die Spannungen $u_{be}, \Delta u_e$, die Ströme i_b, I_0 und der Widerstand R_1 drin sind. Bis auf I_0 sind alle Größen in einer Masche enthalten. Es ist also sinnvoll diese geeignete Masche zu verwenden und I_0 mit Hilfe von KCL in diese Masche einzubringen. Diese Masche ist offensichtlich M, die die Basis-Emitter-Strecke beinhaltet.

→ KCL am Knoten ①: $i_b + i_c + i_e = 0 \iff i_b + \beta \cdot i_b + i_e = 0 \Rightarrow i_e = -i_b - \beta \cdot i_b \Rightarrow i_e = -i_b(1+\beta)$ (1)

→ Torbedingung, KCL an ②: $i - I_0 - i_a = 0 \Rightarrow i = I_0 + i_a$ (2)

→ KCL an ③: $i' = i_e + i$ (3) $\xrightarrow{\text{(1) und (2) in (3)}} i' = -i_b(1+\beta) + i_a + I_0$

→ Gemäß Angabe gilt: $i_a = 0 \Rightarrow i' = -i_b(\beta+1) + I_0$ (4)

→ Ohmsches Gesetz: $u_1 = i' \cdot R_1 \Rightarrow u_1 = R_1(I_0 - i_b(\beta+1))$ (5)

→ KVL bei M: $-u_1 + \Delta u_e + u_{be} = 0 \Rightarrow u_1 = \Delta u_e + u_{be}$ (6)

→ (5) in (6): $R_1(I_0 - i_b(\beta+1)) = u_{be} + \Delta u_e \;\backslash \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow I_0 - i_b(\beta+1) = \frac{u_{be} + \Delta u_e}{R_1}$

$$\Rightarrow I_0 = i_b(\beta+1) + \frac{u_{be} + \Delta u_e}{R_1} \quad \#$$

c) Nun sollen wir die Arbeitspunktgrößen des Transistoreingangs, nämlich $U_{be,AP}$ und $I_{b,AP}$ zeichnerisch mit Hilfe der gegebenen Eingangskennlie bestimmen, indem wir die Kennlinie der „Eingangslast", deren Beschreibung wir in der vorherigen Teilaufgabe gezeigt haben in dasselbe Koordinatensystem einzeichnen und die Schnittpunkte suchen. Was wir gezeigt haben entspricht ja schon der externen Kennlinie, da sie auch im u_{be}-i_b Koordinatensystem ist. Wir sollen nun die angegebenen Größen in die Gleichung einsetzen. Die lauten:

$I_0 = 10\text{mA}$, $\Delta u_e = 0\text{V}$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $\beta = 99$.

→ Eingesetzt hat die Gleichung die Form: $10\text{mA} = i_b \cdot 100 + \frac{u_{be} + 0\text{V}}{100\Omega}$

→ Wir bringen diese Gleichung in Form einer Geradengleichung in u_{be}-i_b-Ebene. Nämlich lösen wir nach i_b auf:

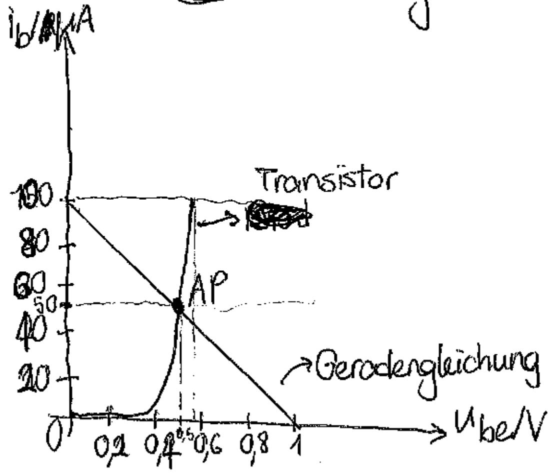
$$i_b \cdot 100 = \frac{-u_{be}}{100\Omega} + 10\text{mA} \Rightarrow i_b = \frac{-u_{be}}{10000\Omega} + \underbrace{0{,}1\text{mA}}_{=100\mu\text{A}} \Rightarrow i_b = -1 \cdot 10^{-4}\text{S} \cdot u_{be} + 100\mu\text{A}$$

→ $1 \cdot 10^{-4}\text{S} \mathrel{\hat{=}}$ Für 1V Anstieg, 100µA Anstieg

Es gilt: $i_b = g(u_b = 0\text{V}) = 100\mu\text{A}$

$i_b = g(u_b = 1\text{V}) = 0\text{A}$

→ Eingezeichnet in das Diagramm:



→ Liest man die Arbeitspunktgrößen aus dem Diagramm ab, ergeben die sich zu:

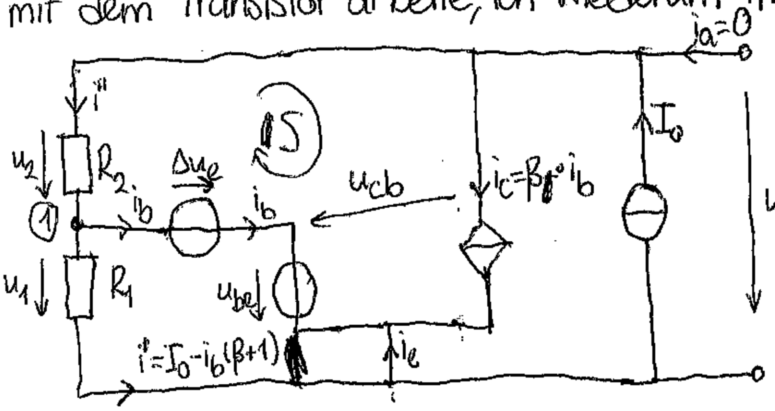
$U_{be,AP} = 0{,}5V$

$I_{b,AP} = 50\mu A$

d) Am Anfang der Aufgabe sind wir gemäß der Angabe davon ausgegangen, dass der npn-Transistor sich im Vorwärtsbetrieb befindet. Nun sollen wir überprüfen, nachdem wir den Arbeitspunkt bestimmt haben, ob dieser Arbeitspunkt wirklich die Vorwärtsbetriebbedingungen erfüllen, also ob er wirklich ein Arbeitspunkt ist, indem wir $U_{cb,AP}$ bestimmen. Dann sollen wir untersuchen, ob die Vorwärtsbetriebbedingungen $U_{be,AP} > 0$ und $U_{cb,AP} \geq 0$ erfüllt sind.

→ Man merkt direkt, dass die erste Bedingung erfüllt ist, da wir in Teilaufgabe c) bestimmt haben, dass $U_{be,AP} = 0{,}5V > 0$ gilt.

→ Um $U_{cb,AP}$ zu bestimmen, zeichnen wir die Schaltung nochmal hin, wobei der Lehrstuhl mit dem Transistor arbeite, ich wiederum mit dem ESB aus Teilaufgabe a):



→ Die geeignete Masche ist diesmal S.

→ i' haben wir bei b) schon als $i' = I_0 - i_b(\beta+1)$.

→ KCL bei (1): $i'' = i' + i_b = I_0 - i_b(\beta+1) + i_b = I_0 - i_b\beta - \cancel{i_b} + \cancel{i_b}$

$\Rightarrow i'' = I_0 - i_b \cdot \beta$ (1)

→ KVL bei S: $u_{cb} - \Delta u_e - u_2 = 0$

$\Rightarrow u_{cb} = \Delta u_e + u_2$ (2)

→ Ohmsches Gesetz: $u_2 = R_2 \cdot i'' \Rightarrow u_2 = R_2(I_0 - \beta \cdot i_b)$ (3)

(3) in (2)

$\Longrightarrow u_{cb} = \Delta u_e + R_2(I_0 - \beta i_b)$ → u_{cb} in Abhängigkeit von bekannten Größen.

→ Im Arbeitspunkt gilt: $I_0 = 10mA$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $\Delta u_e = 0$, $\beta = 99$, $u_{cb} = U_{cb,AP}$

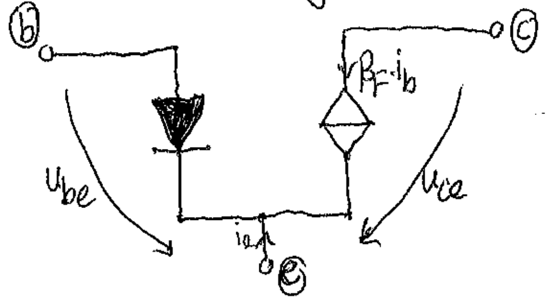
$\Rightarrow U_{cb,AP} = 0 + 200\Omega(10mA - 99 \cdot \underbrace{I_{b,AP}}_{=50\mu A}) = 200\Omega(10mA - 4{,}95mA) = 200\Omega \cdot 5{,}05mA = 1{,}01V > 0$

→ Die zweite Vorwärtsbetriebbedingung ist damit auch erfüllt. Der Transistor ist also tatsächlich im Vorwärtsbetrieb betrieben, in diesem Arbeitspunkt.

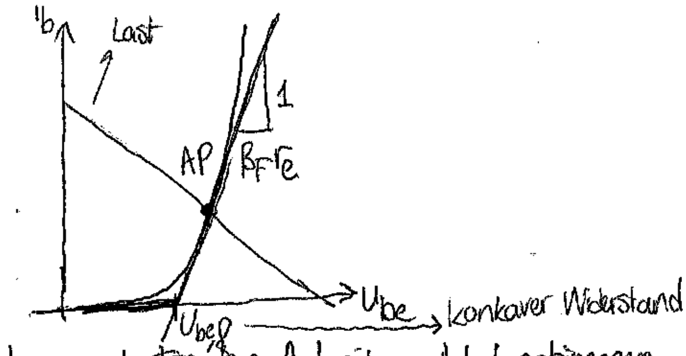
→ Dieses Verfahren entspricht genau dem, was wir bei Eintoren gemacht haben. Wir finden zunächst Schnittpunkte und dann schließlich überprüfen wir, ob die Bedingung dieses Arbeitsbereichs erfüllt sind.

e) Jetzt gehen wir in Kleinsignalbetrieb über, indem wir den detaillierten Kleinsignalersatzschaltbild aus der Angabe verwenden. Zunächst schauen wir uns aber an, wie man von dem Großsignalersatzschaltbild auf dieses kommt, d.h. leiten wir dieses ESB her.

Das feine Großsignal-ESB sieht folgendermaßen aus:



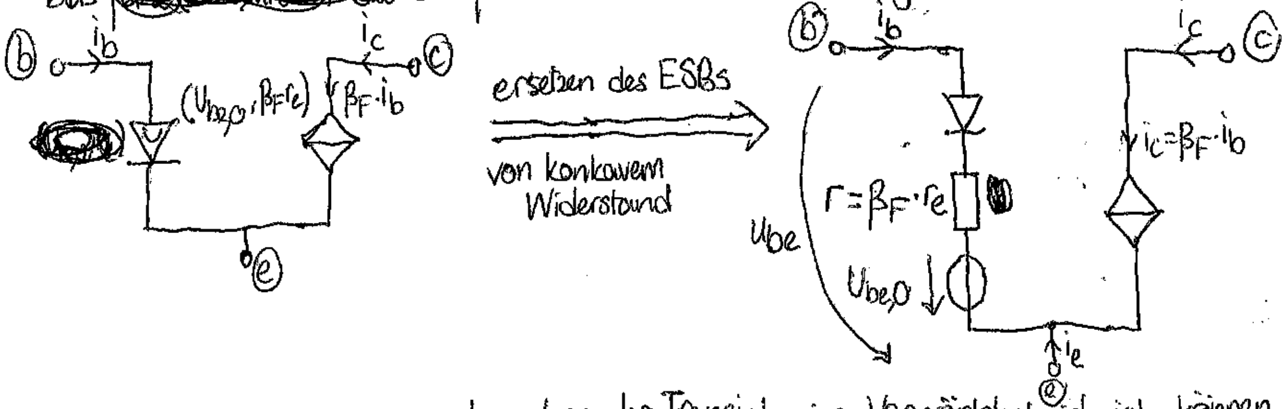
→ Der Eingang dieses ESBs besteht aus einer einzigen pn-Diode derer Kennlinie, die Eingangskennlinie ist, was wir uns schon gezeichnet haben:



→ Wir haben in Teilaufgabe c) den Arbeitspunkt, durch Zeichnen der Lastkennlinie bestimmt. Man kann es für jede Transistorschaltung allgemein machen, und den Arbeitspunkt bestimmen, welcher offenkundig im Allgemeinen nicht mit diesem zusammenfallen muss.

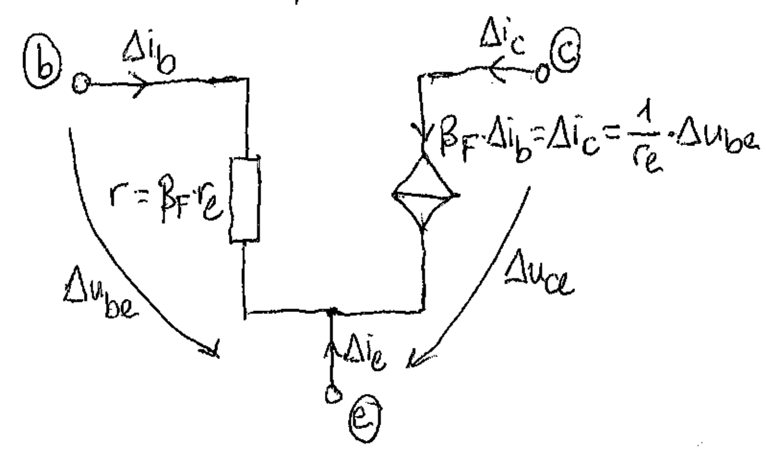
→ Völlig analog wie bei Eintoren approximieren wir die Eingangskennlinie dieser Diodenkennlinie jetzt mit Hilfe der Tangente an dieser Stelle, d.h. wir linearisieren diese Diode und somit den Transistor. Da es aber eine Diode ist und für negative Spannungen sperrt ist es sinnvoll, die mit einem konkaven Widerstand zu approximieren.

→ Das entsprechende (immer noch Großsignal-) ESB sieht so aus:



→ Wenn wir dann davon ausgehen, dass der Transistor im Vorwärtsbetrieb ist, können wir die ideale Diode weglassen, da $u_{be} > 0$ gilt.

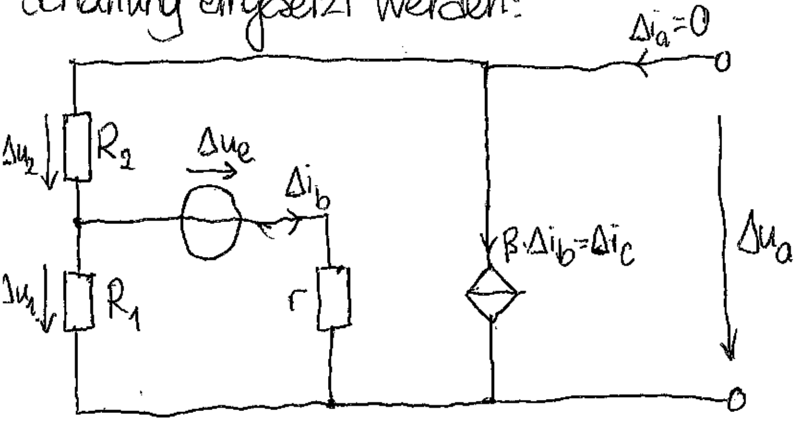
→ Geht man in Kleinsignalbetrieb über, so fällt die konstante Spannungsquelle $U_{be,0}$ auch weg und wir bekommen das feine ($\hat{=}$ detaillierte) Kleinsignalersatzschaltbild:



, was genau dem ESB aus Angabe entspricht mit $\beta_F = \beta$.

→ Man merke an dieser Stelle, dass die KS-ESBs von npn-Transistoren sich gar nicht von den, der pnp-Transistoren unterscheiden, da es nicht mehr die Dioden gibt und Polung unwichtig. Im Großsignal unterscheiden sie sich aber schon.

→ Kommt man richtig zur Aufgabe e), soll nur das angegebene ESB in die originale Schaltung eingesetzt werden:

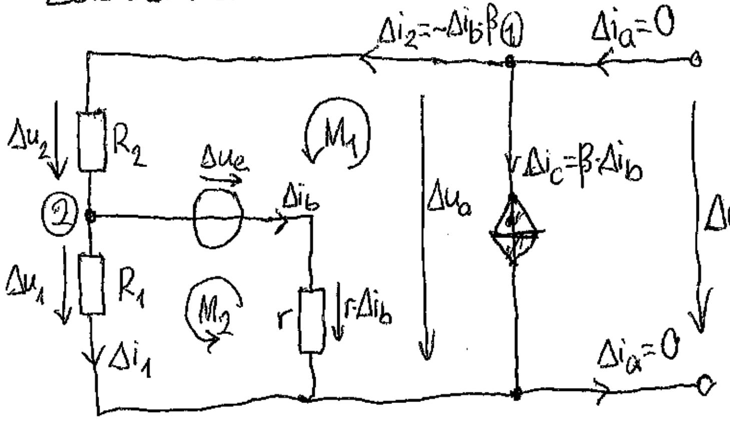


→ Außerdem fällt die konstante Stromquelle mit dem Wert I_0 natürlich weg, aber Δu_e nicht, da sie keine konstante Quelle ist.

→ Beachten Sie bitte, alle Signalgrößen, also Ströme und Spannungen mit Δ zu versehen.

f) Nun sollen wir die Kleinsignalspannungsverstärkung $v = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_e}$ bestimmen. Die Verstärkung, die durch die Transistoren und später kompakter mit Operationsverstärker durchgeführt wird, ist eine andere wichtige Anwendung dieser Bauteile. Nämlich kann man die Wechselanteile einer Eingangsgröße, die die Information tragen, je nachdem wie groß β ist, verstärken und diese Signale besser verarbeiten.

→ Zeichnet man das KS-ESB nochmal hin:



→ KCL bei ①: $\Delta i_b \cdot \beta + \Delta i_2 = \underbrace{\Delta i_a}_{=0}$

$\Rightarrow \Delta i_2 = -\Delta i_b \cdot \beta$

→ Ohmsches Gesetz: $\Delta u_2 = R_2 \cdot \Delta i_2 = -R_2 \cdot \beta \cdot \Delta i_b$ (1)

→ KVL bei M_1: $\Delta u_2 + \Delta u_e + \underbrace{\Delta i_b \cdot r}_{\text{Ohmsches Gesetz}} - \Delta u_a = 0$ (2)

(1) in (2)

$\Rightarrow -R_2 \beta \Delta i_b + \Delta u_e + r \cdot \Delta i_b - \Delta u_a = 0$ (3)

→ Wir sollen Δi_b eliminieren:

$\Rightarrow$ KVL bei M_2: $\Delta u_1 - r \cdot \Delta i_b - \Delta u_e = 0$ (4)

→ KCL bei ②: $\Delta i_1 + \Delta i_b - \Delta i_2 = 0 \Rightarrow \Delta i_1 = \Delta i_2 - \Delta i_b = -\Delta i_b \cdot \beta - \Delta i_b = -\Delta i_b (\beta + 1)$

→ Ohmsches Gesetz: $\Delta u_1 = R_1 \Delta i_1 = -R_1(\beta+1)\Delta i_b$ (5)

(5) in (4)

$\Rightarrow -R_1(\beta+1) \cdot \Delta i_b - r \cdot \Delta i_b - \Delta u_e = 0 \mid \cdot (-1) \Rightarrow R_1(\beta+1)\Delta i_b + r \cdot \Delta i_b + \Delta u_e = 0 \Rightarrow R_1(\beta+1)\Delta i_b + r \cdot \Delta i_b = -\Delta u_e$

$\Rightarrow \Delta i_b \left[R_1(\beta+1) + r \right] = -\Delta u_e \Rightarrow \Delta i_b = \frac{-\Delta u_e}{R_1(\beta+1)+r}$ (6)

(6) in (3)

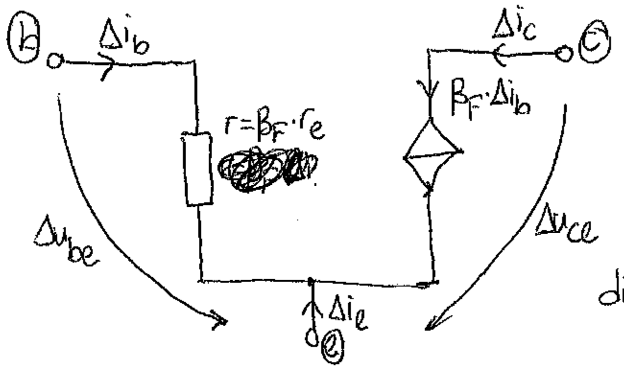
$\Rightarrow -R_2 \beta \cdot \frac{-\Delta u_e}{R_1(\beta+1)+r} + \Delta u_e + r \cdot \frac{-\Delta u_e}{R_1(\beta+1)+r} - \Delta u_a = 0$

$\Rightarrow \Delta u_a = \Delta u_e \left[\frac{R_2 \beta}{R_1(\beta+1)+r} + 1 - \frac{r}{R_1(\beta+1)+r} \right]$

Δu_e ausklammern und Δu_a auf die andere Seite

Hauptnenner $\Longrightarrow \Delta u_a = \Delta u_e \left[\frac{R_2\beta + R_1(\beta+1) + \cancel{r} - \cancel{r}}{R_1(\beta+1)+r} \right] \Longrightarrow v = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_e} = \frac{R_1(\beta+1)+R_2\beta}{R_1(\beta+1)+r}$

g) Nun leiten wir das letzte für uns wichtige Transistor-ESB her, nämlich das Nullor-ESB, das auch das grobe Kleinsignalersatzschaltbild genannt wird. Um dieses herzuleiten, betrachten wir das feine KS-ESB:



→ Wie die Angabe schon besagt, sollen wir den Grenzübergang $\beta_F = \beta \to \infty$ durchführen. Das ist genau die Überlegung dahinter, wie man auf Nullorersatzschaltbild kommt.

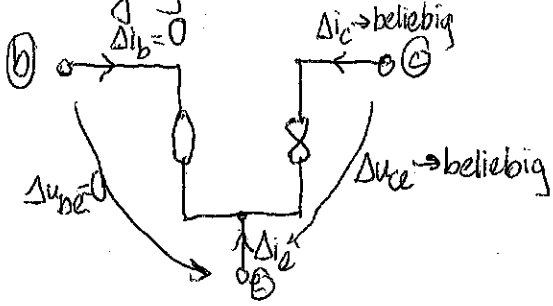
→ Wenn wir diesen Grenzübergang durchführen, bilden sich die Grenzwerte

- $\lim_{\beta_F\to\infty} r = \lim_{\beta_F\to\infty} \beta_F \cdot r_e = \infty$, d.h. dass der Eingangswiderstand unendlich groß ist. Deswegen ist der Strom $\Delta i_b \xrightarrow{\beta_F\to\infty} 0$ und über Ohmsches Gesetz $\Delta u_{be} \xrightarrow{\beta_F\to\infty} 0$.

→ Der Eingang wird also zu einem Nullator.

→ Beim Ausgang gilt: $\lim_{\beta_F\to\infty} \Delta i_c = \lim_{\beta_F\to\infty} \beta_F \Delta i_b = \infty$, d.h. dass der Ausgangsstrom beliebig ist. Außerdem ist Δu_{ce} der Spannungsabfall von einer abhängigen Stromquelle, damit ist sie vom Anfang an schon beliebig.

→ Der Ausgang wird zu einem Norator und dadurch bekommen wir einen Nullor:



ist das grobe Kleinsignalersatzschaltbild eines Transistors (gilt sowohl für pnp als auch für npn).

→ Kommt man zur Aufgabe, sollen wir den Grenzwert der Kleinsignalspannungsverstärkung bilden.

→ An dieser Stelle führen wir die L'Hospitalschen Regel ein, die bei der Grenzwertbildung hilfreich ist:

Wenn $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ oder $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ gilt mit $a \in \mathbb{R}$ sogar a kann auch unendlich sein,

so sind diese Limes gleich zu $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, wobei $f'(x)$, $g'(x)$ die ersten Ableitungen bezeichnen.

→ Kehren wir unserer Aufgabe zurück:

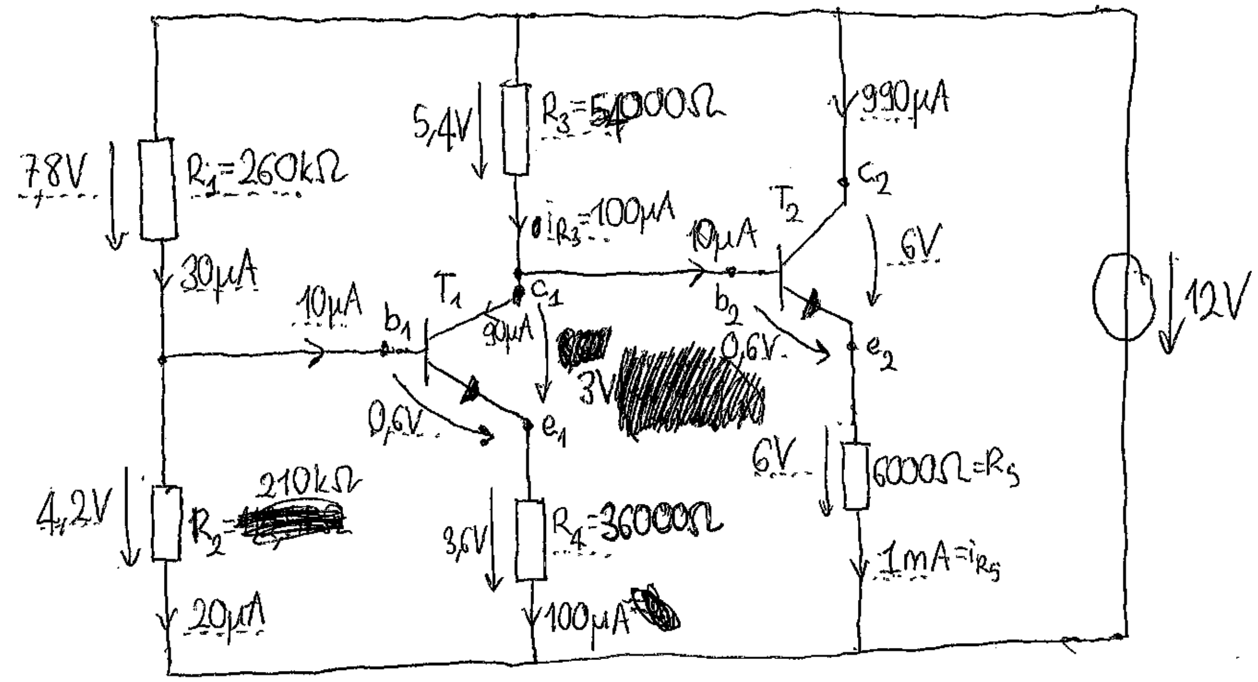
$$v = \frac{R_1(\beta+1)+R_2\beta}{R_1(\beta+1)+r} \Longrightarrow \lim_{\beta\to\infty} \frac{R_1(\beta+1)+R_2\beta}{R_1(\beta+1)+r} = \frac{\infty}{\infty} \Longrightarrow \lim_{\beta\to\infty} v = \lim_{\beta\to\infty} \frac{(R_1\beta+R_1+R_2\beta)'}{(R_1\beta+R_1+r)'} = \lim_{\beta\to\infty} \frac{R_1+R_2}{R_1}$$

$$\Longrightarrow \lim_{\beta\to\infty} v = \frac{R_1+R_2}{R_1}$$

A2) Wir haben nun eine Schaltung gegeben und sollen sämtliche fehlenden Größen bestimmen. Natürlich sind schon einiges gegeben. Jedoch soll man den Satz unter der Schaltung genau durchlesen, sonst kann man die Aufgabe nicht lösen. Außerdem werden wir verwenden, dass der Zusammenhang $i_c = \beta \cdot i_b$ gilt.

→ Die Schaltung sieht folgendermaßen aus:

a)



→ Zunächst sehen wir, dass die beiden Transistoren npn-Transistoren sind, mit Hilfe des Pfeils in Emitter-Basis-Strecke. Und dadurch können wir die Klemmen bestimmen.

→ Wenn man die Schaltung betrachtet, sieht man, dass R_4 einfach durch Ohmsches Gesetz bestimmbar ist, nämlich: $R_4 = \frac{3,6V}{100\mu A} = 36000\Omega$.

→ Es gilt laut Angabe $i_{c_1} = \beta_1 \cdot i_{b_1} \iff i_{c_1} = 9 \cdot i_{b_1} \Rightarrow 100\mu A = i_{c_1} + i_{b_1} = 10 i_{b_1} \Rightarrow i_{b_1} = 10\mu A$

$\Rightarrow i_{c_1} = 9 \cdot i_{b_1} = 90\mu A$

→ Dadurch wird $i_{R_3} = 10\mu A + i_{c_1}$ zu $i_{R_3} = 100\mu A$ bestimmt.

→ Ohmsches Gesetz: $R_3 = \frac{5,4V}{100\mu A} = 54000\Omega$

→ Da $i_{b_2} = 10\mu A$ gegeben ist, ergibt sich laut Angabe $i_{c_2} = \beta_2 \cdot i_{b_2} = 99 \cdot 10\mu A = 990\mu A$

$\Rightarrow$ KCL an T_2: $i_{R_5} = i_{c_2} + i_{b_2} = 100 i_{b_2} = 100 \cdot 10\mu A = 1000\mu A = 1mA$

→ Ohmsches Gesetz: $u_{R_5} = R_5 \cdot i_{R_5} = 6000\Omega \cdot 1mA = 6V$

→ KVL in Masche rechts: $u_{ce_2} + 6V = 12V \Rightarrow u_{ce_2} = 6V$

→ Masche über 12V-Sp.quelle, R_5, u_{be_2} und R_3 $\Rightarrow u_{R_3} + u_{be_2} + u_{R_5} = 12V \iff 5,4V + u_{be_2} + 6V = 12V$

$\Rightarrow u_{be,2} = 0,6V \Rightarrow$ Laut Angabe: $u_{be,1} = u_{be,2} = 0,6V$

→ Masche über $R_2, R_4, u_{be,1} \Rightarrow u_{be,1} + u_{R_4} = u_{R_2} \Rightarrow u_{R_2} = 0,6V + 3,6V = 4,2V$

$\Rightarrow$ Ohmsches Gesetz: $i_{R_2} = \frac{4,2V}{210k\Omega} = 20\mu A \Rightarrow$ KCL: $i_{R_1} = 10\mu A + 20\mu A = 30\mu A$

$\Rightarrow$ Masche über 12V-Sp.quelle, R_1, R_2: $u_{R_1} + u_{R_2} = 12V$ $\Rightarrow$ $u_{R_1} = 12V - 4{,}2V = 7{,}8V$

$\Rightarrow$ Ohmsches Gesetz: $R_1 = \frac{7{,}8V}{30\mu A} = 260000\Omega$