# Aufgabe 1

Gegeben sei die Schaltung aus Übungsblatt 4 und ihre Zustandsgleichung:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) & \frac{1}{R_2C_1} \\ \frac{-1}{R_3C_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-i_{0_1}}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jedoch sind die Bauelementewerte nunanders gewählt und lauten: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 0.5\Omega$, $R_3 = 1\Omega$, $C_1 = 2\text{F}$, $C_2 = 1\text{F}$. Die Stromquelle sei nicht mehr abgeschaltet und liefere den Strom $i_{0_1} = 3\text{A}$.

a) Transformieren Sie dieses autonome System auf eine homogene Schaltung. Stellen Sie dafür die DGL $\dot{x}' = \mathbf{A}x'$ auf, indem Sie zuerst $x_\infty$ und dann $x'$ berechnen.

b) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Zustandsmatrix. Wieso scheitert mit diesen Bauelementewerten die Transformation auf Normalform?

c) Nun soll das System auf Jordan-Normalform transformiert werden. Leiten Sie die Matrix $\mathbf{Q}'$ her, die die Bedingung $\mathbf{AQ}' = \mathbf{Q}'\mathbf{J}$ erfüllen muss.

d) Überprüfen Sie Ihre Antwort aus letzter Teilaufgabe, indem Sie $\mathbf{J}$ berechnen und durch Vergleich entscheiden, ob sie die erwartete Gestalt $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$ besitzt.

e) Stellen Sie nun die DGL für $\xi(t)$ auf, wobei $\xi(t) = \mathbf{Q}'^{-1}x'$ gilt. Für die Anfangswerte gelten $x(0) = \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\text{V} \\ 1\text{V} \end{bmatrix}$. Geben Sie auch die Anfangswerte in $\xi_1$-$\xi_2$-Ebene explizit an.

f) Leiten Sie die spezielle Lösung in $\xi_1$-$\xi_2$-Ebene für oben gegebene Anfangswerte her.

g) Transformieren Sie diese Lösung auf $x_1'$-$x_2'$-Ebene zurück.

h) Geben Sie letztendlich die Lösung in $x_1$-$x_2$(bzw. $u_1$-$u_2$)-Ebene an.