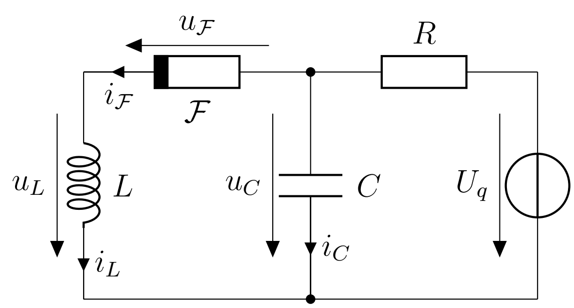
Aufgabe 1

Man betrachte folgende Schaltung zweiten Grades, die aus einer linearen Induktivität L, linearen Kapazität C, einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand und einem nichtlinearen Widerstand aufgebaut ist.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands sei durch
$u_{\mathcal{F}} = r_{\mathcal{F}}(i_{\mathcal{F}}) = \frac{Ri_{\mathcal{F}}^2}{1\text{A}} + 2Ri_{\mathcal{F}} + U_q - 4\text{A} \cdot R$ gegeben, wobei U_q die konstante Leerlaufspannung und R den Innenwiderstand der Quelle bezeichnen.

a) Bestimmen Sie die Zustandsgrößen der vorliegenden Schaltung.

b) Stellen Sie die Zustandsbeschreibung des Systems in Form von $\dot{x} = f(x)$ auf, wobei x der Zustandsgrößenvektor ist. Beachten Sie, dass auf der rechten Seite lediglich die Zustandsgrößen und Bauelementegrößen vorkommen dürfen.

c) Bestimmen Sie die Gleichgewichtspunkte p_i der Schaltung. Dabei gelte es $R = 1\Omega$ und $U_q = 4\text{V}$.

d) Linearisieren Sie die Zustandsgleichung in allen Gleichgewichtspunkten, indem Sie jeweils die Jacobi-Matrix $\mathbf{J}(p_i)$ berechnen. Den Wert von R setzen Sie nicht ein.

Für einen geänderten nichtlinearen Widerstand $\mathcal{F}^*$ und geeignete Bauelementewerte ergeben sich die normierten Jacobi-Matrizen $\mathbf{J}(p_1) = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{J}(p_2) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, wobei es angenommen werden darf, dass die Gleichgewichtspunkte sich nicht ändern.

e) Berechnen Sie die Eigenwerte der beiden gegebenen Matrizen. Ist der Satz von Hartmann anwendbar? (Begründen Sie.)

f) Charakterisieren Sie nach ihrer Stabilität und nach dem Typ des Phasenportraits in ihrer lokalen Umgebung die Gleichgewichtspunkte.

g) Berechnen Sie die Eigenvektoren für die bereits bestimmten Eigenwerte.

h) Skizzieren Sie schließlich das gesamte Phasenportrait in x_1-x_2-Ebene.