

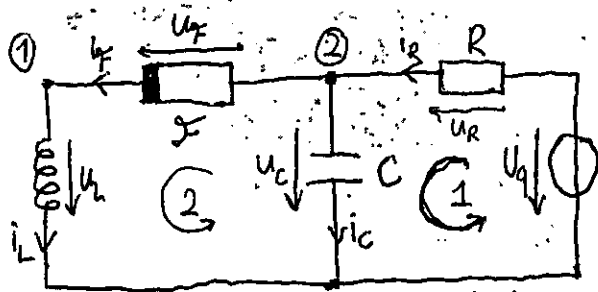
# MUSTERLÖSUNG - Übungsblatt 8

A1) Bei bisherigen Übungsblättern werden nur lineare Schaltungen zweiten Grades betrachtet. In der Praxis werden aber häufig auch nichtlineare Schaltungen für verschiedenste Zwecke genutzt. Nichtlineare Schaltungen können dadurch entstehen, dass sie nichtlineare Reaktanzen oder nichtlineare resistive Bauelemente beinhalten. Es kann natürlich auch vorkommen, dass nichtlineare resistive und reaktive Bauelemente eine nichtlineare Schaltung bilden. Beispiele zu nichtlinearen resistiven Bauteilen kann man bei ST1 finden, nämlich sämtliche Dioden, Transistoren sind ~~linear~~ nichtlinear. Nichtlineare Reaktanzen sind beispielsweise Kondensatoren die ~~in~~ zwischen ihren Platten Dielektrika mit ~~in~~ inhomogener Permittivität  $\epsilon(x)$  besitzen (siehe EUM). Die Aufgabe aus dem Blickwinkel der Schaltungstechnik ist wieder die Beschreibung und Analyse der nichtlinearen reaktiven Schaltungen nach ihren dynamischen Verhalten. In diesem Übungsblatt ist eine nichtlineare Schaltung, verursacht durch einen nichtlinearen Widerstand, gegeben, die mit den in Zusammenfassung 8 erläuterten Vorschriften bearbeitet werden soll.

a) Es ist auch bei nichtlinearen Schaltungen der erste Schritt der Analyse, den Zustandsgrößenvektor  $\underline{x}$  zu bestimmen. Dieser Schritt ist aber ~~ebenfalls~~ i.A. nicht so trivial bei nichtlinearen Schaltungen, da die Reaktanzen, die die Zustandsgrößen festlegen, nicht linear sein müssen. Bei linearen Schaltungen impliziert die Linearität, dass die Reaktanzen auch linear sind und man für Kapazitäten  $u_C$ , Induktivitäten  $i_L$  als Zustandsgrößen wählen darf. Der Grund dafür ist, dass die Kennlinien von linearen Reaktanzen immer von beiden Größen ( $u-q$  für Kap.,  $i-\Phi$  für Ind.) gesteuert werden. Die Kennlinien nichtlinearer Reaktanzen ~~aber~~ müssen aber nicht von beiden Größen gesteuert werden, und es könnte eventuell zu dem Fall kommen, dass ~~bspw.~~  $\Phi$  als die Zustandsgröße einer Induktivität gewählt werden soll. Der Algorithmus, um eine geeignete Zustandsgröße für eine Reaktanz zu wählen, steht in der Zusammenfassung 8. In der vorliegenden Schaltung sind zum Glück beide Reaktanzen linear und der Zustandsvektor ergibt sich deshalb zu:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix}$$

b) Die Zustandsbeschreibung einer nichtlinearen Schaltung kann man wie immer mit KCL, KVL und Bauelementgleichungen bestimmen. Jedoch kann es bei nichtlinearen Schaltungen zu dem Fall kommen, dass die Zustandsgleichungen sich nicht in Matrix-Vektor-Notation ausdrücken lassen, da ~~irgendeine~~ Nichtlinearität vorkommt. In der vorliegenden Schaltung ist ein solcher nichtlinearer Widerstand  $\mathcal{F}$  vorhanden, deshalb wird die Zustandsbeschreibung  $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x})$ -Form haben aber sich nicht als  $\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}v$  aufschreiben lassen. Auf der rechten Seite kann, dabei die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands  $u_{\mathcal{F}} = \mathcal{F}(i_{\mathcal{F}})$  vorkommen, wobei  $u_{\mathcal{F}}, i_{\mathcal{F}}$  ~~mit~~ mit den entsprechenden Zustandsgrößen ersetzt werden müssen. Zeichnet man die Schaltung auf und verwendet die Gleichungen, so kommt man auf die Zustandsbeschreibung wie folgt:



Kap. & Ind.:  $i_c = C \cdot \dot{u}_c$ ,  $u_L = L \cdot \dot{i}_L$   
 $\Rightarrow \dot{u}_c = \frac{i_c}{C}$ ,  $\dot{i}_L = \frac{u_L}{L}$

KCL bei ①:  $i_L = i_f$  (1)

KCL bei ②:  $i_R = i_c + i_f$  (2)

~~R~~ Ohmsch. Ges.:  $u_R = R \cdot i_R$  (3)

KVL bei ①:  $u_c - u_q + u_R = 0$  (4)

KVL bei ②:  $u_L - u_c + u_f = 0$  (5)  $\Rightarrow u_L = u_c - u_f \Rightarrow u_L = u_c - r_f(i_f) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} u_L = u_c - r_f(i_L)$

$\Rightarrow \dot{i}_L = \frac{u_L}{L} = \frac{1}{L} u_c - \frac{1}{L} r_f(i_L)$   $\Rightarrow$  Wegen  $r_f$  (nichtlinear) kann  $A$  nicht aufgestellt werden.

(2):  $i_c = i_R - i_f \stackrel{(3)}{\Rightarrow} i_c = \frac{u_R}{R} - i_f \stackrel{(1)}{\Rightarrow} i_c = \frac{u_R}{R} - i_L \stackrel{(4)}{\Rightarrow} i_c = \frac{1}{R} (u_q - u_c) - i_L$

$\Rightarrow \dot{u}_c = \frac{i_c}{C} = \frac{-1}{RC} u_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{RC} u_q$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{u}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} u_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{RC} u_q \\ \frac{1}{L} u_c - \frac{1}{L} r_f(i_L) \end{bmatrix}$

Setzt man auch die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands ein, so kommt man auf die endgültige Zustandsbeschreibung:

$\begin{bmatrix} \dot{u}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} u_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{RC} u_q \\ \frac{1}{L} u_c - \frac{R}{L \cdot 1A} i_L^2 - \frac{2R}{L} i_L - \frac{1}{L} u_q + \frac{4A \cdot R}{L} \end{bmatrix}$

c) **Nichtlineare Schaltungen** besitzen i.A. im Gegensatz zu linearen Schaltungen mehr als einen Gleichgewichtspunkt. Da  $\bullet$  ein quadratischer Term in der zweiten Zeile vorkommt, können wir uns schon denken, dass es zwei GGPe geben kann. Es gibt außerdem zwei Möglichkeiten um die GGPe zu bestimmen, nämlich rechnerische und graphische Methoden. Diese beiden werden nun diskutiert, wobei eine natürlich für die Beantwortung der Teilaufgabe genügt.

• Rechnerisch: Bei dieser Methode nutzt man die Definition der GGPe, nämlich, die Zustandsgrößen sich nicht ändern, d.h. die Ableitungen der Zustandsgrößen verschwinden ( $=0$ ). Man setzt also die ~~linke~~ linke Seite der Beschreibung aus Teilaufgabe b) zu Null und bestimmt die Lösungen dieses Gleichungssystems nach  $(u_c, i_L)$ , die den GGEn entsprechen:

$\begin{bmatrix} \dot{u}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} u_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{RC} u_q \\ \frac{1}{L} u_c - \frac{R}{L \cdot 1A} i_L^2 - \frac{2R}{L} i_L - \frac{1}{L} u_q + \frac{4A \cdot R}{L} \end{bmatrix}$

Dabei ist es sinnvoll, die gegebenen Werte  $U_q = 4V$  und  $R = 1\Omega$  zuerst einzusetzen:

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{1\Omega \cdot C} u_c - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{1\Omega \cdot C} 4V \\ \frac{1}{L} u_c - \frac{1\Omega}{L \cdot 1A} i_L^2 - \frac{2 \cdot 1\Omega}{L} i_L - \frac{1}{L} 4V + \frac{4A \cdot 1\Omega}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-u_c}{1\Omega \cdot C} - \frac{1}{C} i_L + \frac{4A}{C} \\ \frac{u_c}{L} - \frac{1V}{L \cdot 1A} i_L^2 - \frac{2\Omega}{L} i_L - \frac{4V}{L} + \frac{4V}{L} \end{bmatrix}$

Nun kann die erste Zeile dazu genutzt werden  $u_c$  in Abhängigkeit von  $i_L$  auszudrücken. Dann kann dieser Ausdruck in die zweite Zeile eingesetzt werden, um  $i_L$ -Größen an den GGPs zu bestimmen:

$$(1): \frac{-u_c}{1\Omega \cdot C} - \frac{1}{C} i_L + \frac{4A}{C} = 0 \Leftrightarrow -u_c \cdot \frac{1}{1\Omega} - i_L + 4A = 0 \Leftrightarrow u_c \cdot \frac{1}{1\Omega} = 4A - i_L \Leftrightarrow \underline{u_c = 4V - 1\Omega \cdot i_L}$$

$$(2): \frac{u_c}{L} - \frac{1V}{L \cdot 1A^2} i_L^2 - \frac{2\Omega}{L} i_L = 0 \Leftrightarrow \frac{4V - 1\Omega \cdot i_L}{L} - \frac{1V}{L \cdot 1A^2} i_L^2 - \frac{2\Omega}{L} i_L = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1V}{1A^2} i_L^2 + 3\Omega i_L - 4V = 0 \quad (*) \Rightarrow i_{L1,2} = \frac{-3\Omega \pm \sqrt{9\Omega^2 - 4 \cdot \frac{1V}{1A^2} \cdot (-4V)}}{2 \cdot \frac{1V}{1A^2}} = \frac{-3\Omega \pm \sqrt{9\Omega^2 + 16\Omega^2}}{2V}$$

$$\Rightarrow i_{L1,2} = \frac{-3A}{2} \pm \frac{1A^2 \cdot \sqrt{25\Omega^2}}{2V} = \frac{-3A}{2} \pm \frac{1A^2 \cdot 5\Omega}{2V} = \frac{-3A}{2} \pm \frac{5A}{2}$$

$$\Rightarrow i_{L1} = \frac{2A}{2} = 1A, \quad i_{L2} = \frac{-8A}{2} = -4A.$$

(\*): In diesem Schritt wird die Lösungsformel für die quadratischen Gleichungen von der Form  $ax^2 + bx + c = 0$  verwendet, die als  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  lautet. Es gilt dabei  $x = i_L$ ,  $a = \frac{1V}{1A^2}$ ,  $b = 3\Omega$ ,  $c = -4V$ .

Da die  $i_L$ -Werte an den beiden GGPs (hiermit wird bestätigt, dass es zwei GGPs gibt) schon berechnet sind, bleibt es nur noch übrig diese einzeln in den Zusammenhang zwischen  $u_c$  und  $i_L$ , der aus der ersten Zeile der Zustandsbeschreibung gewonnen wird, einzusetzen und die  $u_c$ -Werte der beiden GGPs zu bestimmen.

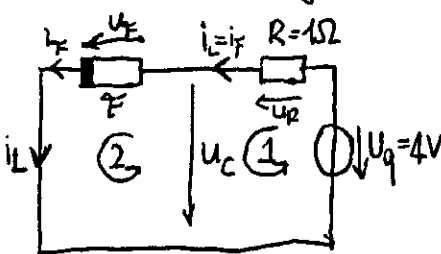
$$i_{L1} = 1A: \quad u_{c1} = 4V - 1\Omega \cdot i_{L1} = 4V - 1\Omega \cdot 1A = 4V - 1V = 3V \Rightarrow u_{c1} = 3V$$

$$i_{L2} = -4A: \quad u_{c2} = 4V - 1\Omega \cdot i_{L2} = 4V - 1\Omega \cdot (-4A) = 4V + 4V = 8V \Rightarrow u_{c2} = 8V$$

Damit sind die beiden GGPs der Schaltung  $p_1 = \begin{pmatrix} 3V \\ 1A \end{pmatrix}$  und  $p_2 = \begin{pmatrix} 8V \\ -4A \end{pmatrix}$ .

Graphisch: Die graphische Lösungsmethode eignet sich besonders, wenn die Zustandsbeschreibung nicht aufgestellt werden soll. Die Idee ist, dass eine Kapazität sich im Gleichgewicht mit einem Leerlauf ersetzen lässt, da sie vollständig geladen ist und keinen Strom mehr durchlässt und eine Induktivität mit einem Kurzschluss, da wegen des konstanten Stroms keine Spannung mehr induziert wird. Man ersetzt also alle Reaktanzen mit KS oder LL und bestimmt danach den KS-Strom bzw. LL-Spannung, die den GGP-Koordinaten entsprechen.

Für die vorliegende Schaltung sieht das Ersatzschaltbild folgendermaßen aus:



$$\text{Es gilt: } i_L = i_\varphi = i_R \Rightarrow u_R = R \cdot i_L = 1\Omega \cdot i_L$$

$$\text{KVL bei } \textcircled{1}: u_c - u_\varphi + u_R = 0 \Rightarrow u_c = 4V - 1\Omega \cdot i_L \quad (1)$$

$$\text{KVL bei } \textcircled{2}: u_c = u_\varphi = \int_{\varphi} (i_\varphi) = \int_{\varphi} (i_L) = \frac{1\Omega \cdot i_L^2}{1A} + 2\Omega i_L + 4V - 4A \cdot 1\Omega = \frac{1\Omega}{1A} i_L^2 + 2\Omega i_L \quad (2)$$

$$\Rightarrow (1) \& (2): 4V - 1\Omega \cdot i_L = \frac{1\Omega}{1A} i_L^2 + 2\Omega i_L \Rightarrow \underline{\underline{\frac{1\Omega}{1A} i_L^2 + 3\Omega i_L - 4V = 0}}$$

Also man nutzt das ESB um auf die Gleichungen zu kommen, mit den die GGPs bestimmt werden können. Oben kann man merken, dass diese Gleichungen genau den aus der rechnerischen Lösung entsprechen.

Die weitere Rechnung, nämlich die Bestimmung der Wurzeln der quadratischen Gleichung und danach der entsprechenden  $u_c$ -Werte erfolgt genauso wie bei der rechnerischen Lösung und wird hier nicht durchgeführt. Offensichtlich ergeben sich auch mit dieser graphischen Methode die gleichen GGZ  $p_1 = \begin{pmatrix} 3V \\ 1A \end{pmatrix}$  und  $p_2 = \begin{pmatrix} 8V \\ -4A \end{pmatrix}$ .

d) Die Linearisierung von nichtlinearen Schaltungen ~~ist~~ ist ein ganz wichtiger Schritt der Analyse solcher Systeme. Diese erfolgt wie bei nichtlinearen resistiven Zweiten durch die Bestimmung der Jacobi-Matrix  $\tilde{J}$  und Auswertung dieser in dem Gleichgewichtspunkten. Durch die Linearisierung erzielt man eine vereinfachte Beschreibung des Systems in einer kleinen Umgebung eines Punkts. Bei ST1 war das Ziel das Kleinsignalverhalten um einen Arbeitspunkt zu analysieren. Jetzt ist das Ziel das dynamische Verhalten ~~des~~ des Systems, das durch die Phasenportraits beschrieben wird, um den Gleichgewichtspunkt mithilfe der Kenntnisse über lineare Schaltungen zweiten Grades schlussfolgern zu können.

Die Jacobi-Matrix  $\tilde{J}$  beinhaltet alle partiellen Ableitungen der Zustandsbeschreibung und hat die allgemeine Form  $\tilde{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$ . Es gilt:  $f_1 = -\frac{1}{RC}u_c - \frac{1}{C}i_L + \frac{1}{RC}u_q$  und  $x_1 = u_c$   
 $f_2 = \frac{1}{L}u_c - \frac{R}{L \cdot 1A}i_L - \frac{2R}{L}i_L - \frac{1}{L}u_q + \frac{4A \cdot R}{L}$  und  $x_2 = i_L$

Zunächst sollen die Ableitungen der beiden Zeilen der Zustandsbeschreibung gebildet werden:

$$\frac{\partial f_1}{\partial u_c} = -\frac{1}{RC}, \quad \frac{\partial f_1}{\partial i_L} = -\frac{1}{C}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial u_c} = \frac{1}{L}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial i_L} = -\frac{2R}{L \cdot 1A}i_L - \frac{2R}{L}$$

Damit lautet die Jacobi-Matrix:

$$\tilde{J} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{2R}{L \cdot 1A}i_L - \frac{2R}{L} \end{bmatrix}$$

Um die Schaltung nun an einem GGZ zu ~~linearisieren~~ linearisieren, soll nun die Koordinaten des GGZ in  $\tilde{J}$  eingesetzt werden und die linearisierte Beschreibung als  $\Delta \dot{x} = \tilde{J}(p_i) \Delta x$  aufgeschrieben werden:

$$p_1 = \begin{pmatrix} 3V \\ 1A \end{pmatrix}: \quad \tilde{J}(p_1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{2R}{L \cdot 1A} \cdot 1A - \frac{2R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{4R}{L} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_c \\ \Delta \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{4R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_c \\ \Delta i_L \end{bmatrix}$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 8V \\ -4A \end{pmatrix}: \quad \tilde{J}(p_2) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{2R}{L \cdot 1A} \cdot (-4A) - \frac{2R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & +\frac{6R}{L} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_c \\ \Delta \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & \frac{6R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_c \\ \Delta i_L \end{bmatrix}$$

e) Ab jetzt haben wir zwei Jacobi-Matrizen an den GGPs, die in Teilaufgabe c) bestimmt werden. Diese Matrizen ergeben sich für geeignete Bauelementedimensionen und einen geänderten nichtlinearen Widerstand  $F^*$ , wobei die GGPs angenommen sich nicht ändern. Die Eigenwerte der gegebenen Matrizen berechnet man nach dem üblichen Schema:

$$\bullet \tilde{J}(p_1) = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow T = -8 + 3 = -5 \quad \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{-5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6} = \frac{-5}{2} \pm \sqrt{\frac{25-24}{4}} = \frac{-5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$\Delta = -8 \cdot 3 - 6 \cdot (-5) = -24 + 30 = 6$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{-4}{2} = -2, \quad \lambda_2 = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\bullet \tilde{J}(p_2) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow T = 2 - 1 = 1 \quad \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - (-2)} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1+8}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\Delta = 2 \cdot (-1) - 0 \cdot (-1) = -2$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{4}{2} = 2, \quad \lambda_2 = \frac{-2}{2} = -1$$

→ Anmerkung: Bei den Diagonalmatrizen (Form:  $\begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix}$ ), oberen und unteren Dreiecksmatrizen (Form:  $\begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix}$  oder  $\begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix}$ ) liegen die Eigenwerte auf der Hauptdiagonale. Beispielsweise ist

$$\tilde{J}(p_2) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ eine untere Dreiecksmatrix und deshalb lauten die Eigenwerte } \lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1.$$

Der Satz von Hartmann ist ein ganz wichtiges Werkzeug um das dynamische Verhalten der nichtlinearen Schaltungen um die Gleichgewichtspunkte qualitativ zu bestimmen. Dieser besagt, dass ein nichtlineares System, das um einen seiner GGPs linearisiert wird, da genau das gleiche dynamische Verhalten zeigt wie ein lineares System mit der Systemmatrix  $A = \tilde{J}(p)$ . Man darf also die Tabelle im Skript auf S.56 verwenden, um das Phasenportrait um den Gleichgewichtspunkt mithilfe der Eigenwerte der Jacobi-Matrix  $\tilde{J}(p_i)$  zu charakterisieren. Es muss aber die Voraussetzung, dass die Realteile aller Eigenwerte nicht verschwinden ( $\operatorname{Re}\{\lambda_i\} \neq 0$  für alle  $i$ ) erfüllt werden, damit dieser Satz benutzt werden darf.

Im vorliegenden Fall lauten die Eigenwerte  $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3$  für  $p_1$  und  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$  für  $p_2$ . Man erkennt sofort, dass für beide GGPs beide EWe ungleich Null sind. Deshalb ist der Satz von Hartmann anwendbar.

f) Da der Satz von Hartmann anwendbar ist, kann man Aussagen über die Phasenportraits in einer lokalen Umgebung der jeweiligen GGPs treffen. Für  $p_1$  gilt es  $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3$ . Also sind die beiden EWe reell und negativ. Außerdem sind sie ungleich zueinander. Wegen der Negativität beider EWe ist die Schaltung um  $p_1$  stabil, oder anders gesagt ist  $p_1 = (3V, 1A)$  ein stabiler GGP. Mit den anderen Eigenschaften der Eigenwerte folgt, dass das Phasenportrait um  $p_1$  ein stabiler Knoten ist.

Für  $p_2$  gilt  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$ , also sind die beiden Eigenwerte reell,  $\lambda_1$  ist positiv und  $\lambda_2$  ist negativ. Da  $\lambda_1 > 0$  gilt ist  $p_2$  ein instabiler GGP. Ein Vergleich der Eigenschaften der EWe zeigt, dass  $p_2 = (8V, 4A)$  ein Sattelpunkt ist.

g) Die Eigenvektoren berechnet man mit der gewöhnlichen Vorschrift:

$$p_1 = \begin{pmatrix} 3V \\ 1A \end{pmatrix}: \lambda_1 = -2 \Rightarrow q_1 = \begin{bmatrix} -J_{12} \\ J_{11} - \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -8 - (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \end{bmatrix}; \lambda_2 = -3 \Rightarrow q_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ -8 - (-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 8V \\ -4A \end{pmatrix}: \lambda_1 = 2 \Rightarrow \text{[crossed out]} \Rightarrow J_{12} = 0, J_{21} \neq 0 \Rightarrow q_1 = \begin{bmatrix} J_{22} - \lambda_1 \\ -J_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - 2 \\ -(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\lambda_2 = -1 \Rightarrow q_2 = \begin{bmatrix} J_{22} - \lambda_2 \\ -J_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 - (-1) \\ -(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bei  $p_2$  wird für die Eigenvektoren nicht der erste Ansatz, sondern der Zweite aus S.3 der Zusammenfassung 4 verwendet, da die Bedingung  $J_{12} \neq 0$  für den ersten Ansatz für  $J(p_2)$  nicht erfüllt wird.

h) Nun soll das Phasenportrait des gesamten Systems gezeichnet werden. Dafür kann man mithilfe der bisherigen Antworten die lokalen Phasenportraits verzerrt mittels der bei g) berechneten Eigenvektoren, die ja die Rolle der  $e_1$ - $e_2$ -Achsen spielen, einzeichnen. Dann bleibt es übrig, die beiden Phasenportraits nämlich den stabilen Knoten um  $p_1$  und den Sattelpunkt um  $p_2$  möglichst <sup>glatt</sup> mithilfe der Trajektorien miteinander <sup>zu</sup> verknüpfen:

→ Das richtige Phasenportrait sieht wie folgt aus:

