

Kap 13 - Schaltungen 2. Grades

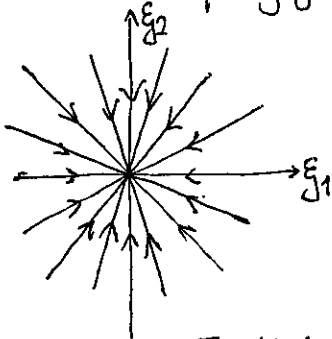
Phasenportraits - Degenerierte Fälle:

→ Bei den bisher betrachteten 6 Fällen ist die Transformation auf Normalform oder reellwertige Normalform immer gelungen. Ist das nicht der Fall, dann bezeichnet man solche Fälle degeneriert.

→ Unter degenerierten Fällen gibt es zunächst die mit 2 gleichen Eigenwerten:

4-Deg: Degenerierter stabiler Knoten $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \in \mathbb{R}, \lambda < 0$

→ Trajektorien sind Ursprungsgeraden.



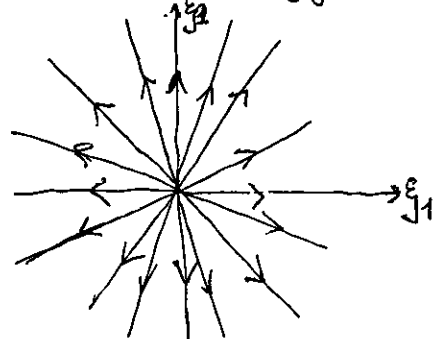
→ Für $t \rightarrow \infty$ laufen die Trajektorien in ~~GGP~~ GGP, deshalb stabil.

→ Diese beiden Fälle sind in der Tat Knoten mit gleich schnellen Eigenwerten.

→ In diesen beiden Fällen ist A von vornherein diagonal, also die zwei DGLn sind vom Anfang an entkoppelt.

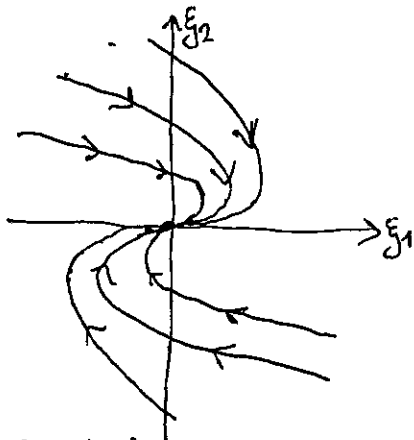
5-Deg: Degenerierter instabiler Knoten $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 0$

→ Trajektorien sind Ursprungsgeraden.



→ Für $t \rightarrow \infty$ laufen die T_r aus dem GGP raus, deshalb instabil.

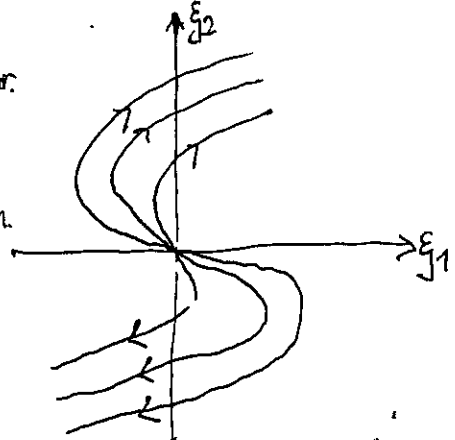
7) stabiler Knoten 3. Art $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \in \mathbb{R}, \lambda < 0$



→ Traj. laufen in GGP für $t \rightarrow \infty$, daher stabil.

→ In diesen beiden Fällen ist die Matrix Q nicht invertierbar. Deswegen ist bei diesen Systemen die Transformation auf Jordan-Normalform durchzuführen. Berechnet man die Lösung und darüber die Trajektorien, dann sehen sie wie rechts und links aus.

8) instabiler Knoten 3. Art $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 0$



→ Traj. laufen aus dem GGP raus für $t \rightarrow \infty$, daher instabil.

→ Die weiteren degenerierten Fälle beziehen sich auf Systeme mit singulärer Zustandsmatrix A (also nicht invertierbar), bei denen mindestens ein Eigenwert verschwindet:

9) Gerade von stabilen Ruhelagen (mit Erregung) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0 \in \mathbb{R}$

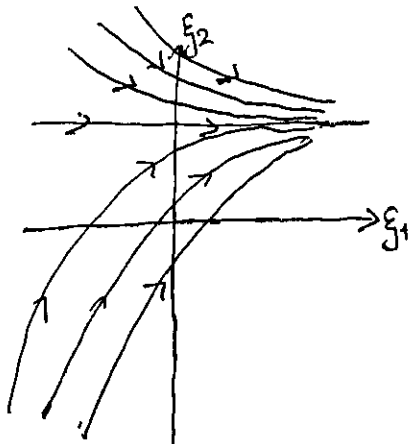
$$\lambda_2 < 0, v_1, v_2 \neq 0$$

→ In diesen Fällen ist die Trafo auf Normalform möglich. Nach der Trafo ergibt sich die Gleichung:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \dot{\xi}_1 = v_1, \dot{\xi}_2 = \lambda_2 \xi_2 + v_2$$

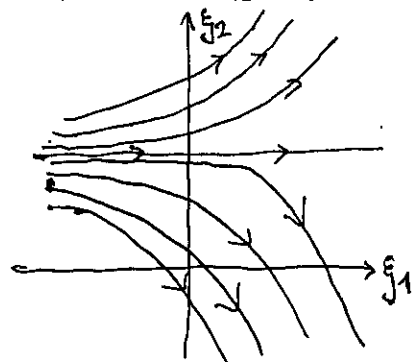
→ Löst man diese DGL kommt man auf die Trajektorien.



→ Trajektorien laufen für $t \rightarrow \infty$ in GGP, deswegen stabil.

10) Gerade von instabilen Ruhelagen (mit Erregung)

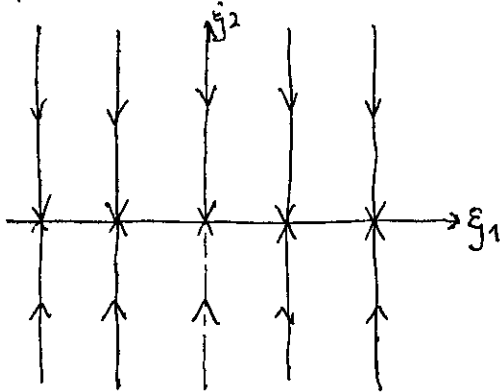
$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 \in \mathbb{R} \neq 0, \lambda_2 > 0, v_1, v_2 \neq 0$$



→ Trajektorien gehen nicht in GGP, daher instabil.

9-OhneErr. Gerade von stabilen Ruhelagen (ohne Erregung)

$\lambda_1 = 0, \lambda_2 \in \mathbb{R}, \lambda_2 \neq 0, v_1 = v_2 = 0, \lambda_2 < 0$



→ Tr. laufen zu GPs, daher stabil.

→ In diesen Fällen gilt $v_1 = v_2 = 0$ und daher die DGLn

$\dot{\xi}_1 = v_1, \dot{\xi}_2 = \lambda_2 \xi_2 + v_2$

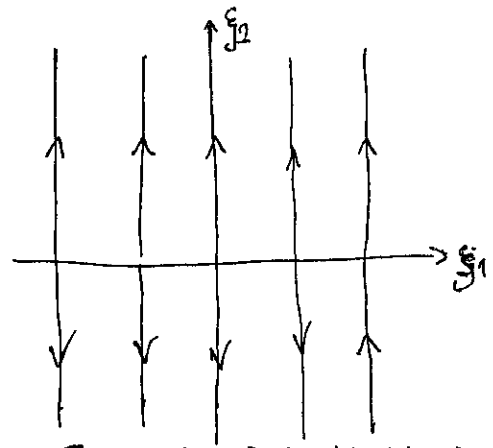
die Lösungen:

$\xi_1 = \xi_{01}, \xi_2 = \xi_{02} e^{\lambda_2 t}$

→ ~~Stabilität~~ Die gesamte ξ_1 -Achse ist aus GPs aufgebaut in diesem Fall. Wenn $\lambda_2 = 0, \lambda_1 \neq 0$ gilt, dann wären die Traj. um 90° gedreht und ξ_2 -Achse wäre die GGP-Gerade.

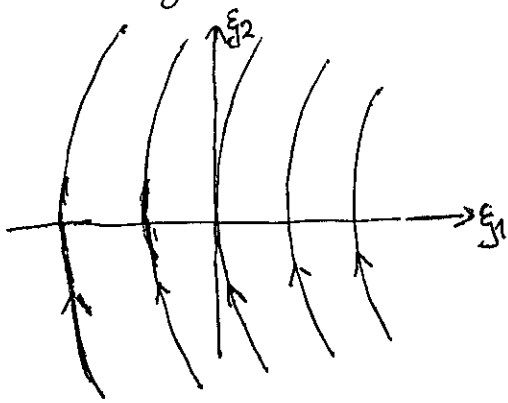
10-OhneErr: Ger. von inst. Ruhelagen (ohne Err.)

$\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0 \in \mathbb{R}, v_1 = v_2 = 0, \lambda_2 > 0$



→ Tr. erreichen GGP nicht, daher instabil.

11) Beide Eigenwerte sind Null $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, v_1 = 0, v_2 = 1$



→ Siehe Skript für die Herleitung
→ Trajektorien erreichen für $t \rightarrow \infty$ GGP nicht, deshalb instabil.

→ Auch für im Rahmen dieser Zusammenfassung diskutierte Phasenportraits, also degenerierte Fälle, gelten die Überlegungen und Kochrezept aus letzter Zusammenfassung. Das heißt, dass die Phasenportraits in x -Ebene durch eine Drehstreckung erzeugt werden sollen.