

# Zusammenfassung 11 - Dielektrische Eigenschaften, Polarisation

• Die Polarizierbarkeit ist die Fähigkeit, in einem äußeren elektrischen Feld elektrische Dipole auszubilden, und ggf. vorhandene permanente Dipole in Richtung dieses äußeren Feldes auszurichten. Die Polarizierbarkeit wird durch die Permittivität  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  beschrieben.

•  $\epsilon_0$  ist die Dielektrizitätskonstante des freien Raums:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ .

•  $\epsilon_r$  ist die relative Permittivität und materialabhängig. Im Vakuum gilt  $\epsilon_r = 1$ . Allgemein ist  $\epsilon_r$  ein Tensor aber für kubische Kristalle und isotrope Festkörper, die wir meistens betrachten, ist  $\epsilon_r$  skalar mit  $\epsilon_r \geq 1$ .

• Es gilt die Materialgleichung (siehe EUM):  $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ .

• Der Anteil in  $\vec{D}$  (= elektrische Flussdichte), der nicht von  $\epsilon_0$  verursacht wird, heißt Polarisation  $\vec{P}$ . Es gilt:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} \quad \text{mit } \vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}, \quad \chi: \text{Suszeptibilität mit } \boxed{\chi = \epsilon_r - 1}$$

• Man definiert die komplexe relative Permittivität  $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ , um die dielektrische Verluste auszudrücken.

Der sogenannte Verlustfaktor ist definiert als  $\boxed{\tan \delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}}$ .

## → Lokales elektrisches Feld:

• Ein einzelnes Atom besitzt ohne ein äußeres elektrisches Feld kein Dipolmoment, da die negative Elektronenhülle um den positiven Atomkern symmetrisch verteilt ist. Stört man diese Symmetrie mit einem äußeren el. Feld  $\vec{E}_a$ , so bildet sich ein dem äußeren Feld gleichgerichtetes Dipolmoment:  $\vec{p} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}_a$  mit  $\alpha$ : Polarizierbarkeit des Atoms.

Ist  $N$  die Dichte der Atome pro Volumen, so gilt für die Polarisation:  $\boxed{\vec{P} = \epsilon_0 N \alpha \vec{E}_a}$ .

• Durch die Zusammenlagerung von  $\vec{E}_a$  und  $\vec{P}$  ergibt sich die innere Feldstärke  $\vec{E}_i = \vec{E}_a \left(1 - \frac{\alpha N}{3}\right)$  (siehe Skript für die Herleitung)

$$\Rightarrow \boxed{\chi = \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}} \Rightarrow \boxed{\epsilon_r = 1 + \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}} \Rightarrow \text{Claudius-Mosotti-Gleichung: } \boxed{\frac{\alpha N}{3} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}}$$

(verknüpft die mikroskopische Größe  $\alpha$  mit der makroskopischen Größe  $\epsilon_r$ )

## → Elektrische Polarisation: Es gibt drei unterschiedliche Polarisationsmechanismen. (wenn E-Feld vorliegt)

1) Elektronische Polarisation: Diese Art der Polarisation geschieht bei allen Materialien, da sie auf die Polarisation der einzelnen Atome basiert. Liegt man ein äußeres elektrisches Feld, so wird die Elektronenhülle unsymmetrisch um den Atomkern verteilt, was zu einem Dipolmoment und damit zu einer Polarisation führt. Für dieses Dipolmoment gilt:

$$\boxed{\vec{p} = 4\pi \epsilon_0 R^3 \vec{E} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}} \Rightarrow \text{elektronische Polarisierbarkeit } \boxed{\alpha = 4\pi R^3}$$

2) Ionische Polarisation: Dieser Polarisationsstyp tritt nur bei polaren Materialien, wie z.B. Ionenkristallen, auf. Ohne ein äußeres Feld liegt kein Dipolmoment vor, da die Ionen regulär im Kristall verteilt sind. Durch ein äußeres Feld werden aber positiv und negativ geladene Ionen gegeneinander verschoben und es entsteht Dipolmomente und damit eine Polarisation. Für dieses Dipolmoment gilt:

$$\boxed{p = \epsilon_0 \alpha E = \frac{q^2}{2c} E} \Rightarrow \text{ionische Polarisierbarkeit: } \boxed{\alpha = \frac{q^2}{2c\epsilon_0}} \quad \text{mit } c: \text{Federkonstante für die Bewegungsgleichungen der Ionen im Kristallgitter.}$$

-Anmerkung: Die obige Formel für die ionische Polarisierbarkeit gilt nur für Frequenzen unterhalb der Eigenresonanzfrequenz des Gitters bei etwa  $10^{13}$  Hz.

3) Orientierungspolarisation: Diese Polarisationsart geschieht nur bei Materialien mit permanenten Dipolen, d.h. Stoffe mit Dipolbindungen. Ohne ein äußeres elektrisches Feld ist die Orientierung, d.h. der Winkel der jeweiligen Atome zu einer Referenzgeraden, wegen der Wärmebewegung, die von der Wärmeenergie  $k_B T$  verursacht wird, statistisch verteilt, also im Mittel heben diese Ausrichtungen sich auf. Liegt man ein äußeres E-Feld, so richten die vorhandenen Dipole sich teilweise in Richtung dieses Feldes aus, wobei die Wärmebewegung immer noch dagegen wirkt, und je größer die Temperatur, desto stärker die Wärmebewegung ist.

• Wenn man diesen statistischen Ausrichtungsprozess betrachtet, so arbeitet man mit der Wahrscheinlichkeit  $W(\varphi)$ , dass man einen Dipol mit der Energie  $U = -|\vec{E}| p \cos \varphi$  bei der Temperatur  $T$  finden kann. Diese  $W$ -Wert gehorcht der Boltzmannverteilung, deshalb gilt:  $W(\varphi) \sim e^{-\frac{U(\varphi)}{k_B T}}$

• Nutzt man die sog. Langevin-Funktion  $L(x) = \coth x - \frac{1}{x}$  zusammen mit der Boltzmannverteilung und Taylor-Näherung, so kann man durch die Berechnung des Mittelwerts  $\overline{\cos \varphi}$ , die Polarisierbarkeit berechnen:

$$\overline{\cos \varphi} = \frac{p \cdot |\vec{E}|}{3k_B T} \Rightarrow \alpha = \frac{p \overline{\cos \varphi}}{\epsilon_0 |\vec{E}|} = \frac{p^2}{3k_B T \epsilon_0} \quad (\text{gilt für kleines } |\vec{E}| !!!)$$