

# Zusammenfassung 6 - Elastische Verformung

## - Wiederholung: Metalle und Legierungen

→ Heterogene Werkstoffe, die mindestens ein Metall als Mischpartner besitzen, heißen Legierungen. Legierungen sind sehr wichtige Werkstoffe, sogar bedeutsamer als reine Metalle.

→ Metalle können im flüssigen Zustand ineinander meistens gelöst werden, wobei die Löslichkeit im ~~festen~~ <sup>festen</sup> Zustand eingeschränkt ist. Es gibt 3 Arten der Mischkristallabbildung:

1) Mischkristallabb. durch Substitution: Atome des gelösten Materials lagern sich in regulären Kristallgitterstellen. Atome in gleicher Größe machen solche Kristalle. ~~Es bilden sich Mischkristalle.~~

2) Mischkristallabb. durch Einlagerung: Wenn Atome des gelösten Materials viel kleiner als die des Lösenden sind, dann lagern sich gelöste Atome in Zwischengitterplätzen.

3) Intermetallische Verbindungen: Diese sind keine echten Legierungen, da die Mischkristalle eigentlich zu einer Verbindung gehören. Die Kristallstruktur der Verbindung ist meistens ganz anders als die der Mischpartner. Mischungsverhältnisse sind fest. (wenig relevant für die Prüfung).

→ Diffusion: Wenn die Teilchenkonzentrationen  $N_i$  an verschiedenen Stellen eines Materials unterschiedlich sind, dann bildet sich ein Konzentrationsgradient  $\frac{dN}{dx}$ , was eine Teilchenstromdichte  $s$  und damit Diffusion verursacht. Es gilt:

$$s = -D \cdot \frac{dN}{dx} \quad (\text{Ficksches Gesetz}) \quad \text{mit } D = D_0 \cdot e^{-\frac{E_D}{k_B T}} \quad (E_D \& D_0 \text{ sind meistens gegeben})$$

Außerdem gibt es eine Diffusionslänge  $x_D$ , die die mittlere Eindringtiefe der Teilchen <sup>nach der Zeit</sup> beschreibt:

$$x_D = \sqrt{D \cdot t}$$

→ Phasendiagramme: Phasen sind homogene Teile des Legierungssystems, z.B. Schmelze, Mischkristall. Phasendiagramme stellen dar, welcher Phase sich die Legierung für eine gegebene Konzentration und Temperatur befindet.

Es gilt die sog. Gibbsche Phasenregel:  $f = n + 2 - p$  oder unter konst. Druck  $f = n + 1 - p$ .

$p$ : Zahl der Phasen (in der Schmelze  $p=1$ , zwischen Solidus- & Liquiduslinien  $p=2$ )

$f$ : Zahl der Freiheitsgrade (Zahl der Veränderlichen wie Temperatur, Konzentration, die man frei ändern kann, wobei die Phase nicht geändert wird)

→ Es ist wichtig die "Funktionsweise" der Phasendiagramme gut zu verstehen, deshalb lesen Sie bitte die Seiten 42-45. Vor allem ist der Teil "Abkühlen einer Schmelze" und das Bild 1-23 wichtig zu verstehen.

→ Einige wichtige Begriffe:

• Liquiduslinie: Niedrigste Temperatur, bei der die Schmelze mit der Konzentration  $c$  gerade noch flüssig ist.

• Soliduslinie: Höchste Temp., bei der der Mischkristall mit der Konz.  $c$  gerade noch fest ist.

• Eutektikum: Dieses ist eine besondere ~~Struktur~~ Struktur, bei der die Mischpartner mit einem bevorzugten Mischungsverhältnis Kristalle haben.

- Wiederholung: Kunststoffe (kommen i.d.R. nur als Kurzaufgaben vor, also bitte auch mind. einmal durchlesen!)

→ Kunststoffe sind organische Werkstoffe und beinhalten auf jeden Fall C und H Atome. Viele Kunststoffe beinhalten auch O, N,

• Elastische Verformung: Wenn ein Werkstoff mechanisch beansprucht wird, wird er zunächst elastisch, also reversibel verformt (siehe Bild 2.7 im Skript). Mikroskopisch verändern sich die interatomaren Abstände, indem die Einheitszellen des Kristalls verzerrt werden. Beispiele für solche Verzerrungen kann man im Skript (Bild 2.1) sehen. Es gibt dabei zwei

wichtige Größen:

• Verzerrungstensor  $\underline{\epsilon}$  ist ein 6-dimensionaler ~~Tensor~~ <sup>6x1-Vektor</sup> Tensor, der die Deformation des Werkstoffs beschreibt.

• Spannungstensor  $\underline{\sigma}$  ist auch ein 6-dim Tensor, der die Rückstellkräfte auf die äußeren Kräfte beschreibt.

→  $\epsilon$  ist dabei eine Dehnung und  $\sigma$  eine Spannung. Eine mechanische Spannung  $\sigma$  ist eine auf Fläche bezogene Kraft, also:  $\sigma = \frac{F}{A}$ .

→ Bei elastischen Verzerrungen gibt es einen linearen Zusammenhang zwischen diesen Größen, der Hooksche Gesetz genannt wird:  $\underline{\sigma} = \underline{C} \cdot \underline{\epsilon}$  ( $\underline{C}$  ist eine 6x6-Matrix.)

Siehe Skript für die Definition der Elemente dieser Tensoren (nicht so relevant).

→ Bei uniaxialer Zugbelastung (man nehme o.B.d.A. an, dass die in x-Richtung erfolgt) gilt  $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$  und:

$$\epsilon_{yy} = -\nu \cdot \epsilon_{xx} \quad (\nu: \text{Poisson-Zahl}), \quad \sigma_{xx} = E \cdot \epsilon_{xx} \quad (E: \text{Elastizitätsmodul})$$

→ Bei hydrostatischer Kompression, also beim Druck von allen Seiten gilt  $\epsilon = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}$  und  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p$  ( $p$ : Druck).  
Die Volumänderung wird über das Kompressionsmodul  $K$  folgendermaßen berechnet:

$$K = \frac{-p}{\Delta V/V} \quad \text{mit} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Für die meisten Metalle gilt:  $\nu = 0,3 \Rightarrow K \approx 0,8 \cdot E$

- Zum Übungsblatt 6:

→ Coulombpotential: ~~scribble~~  $V_C = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$

→ Bindungsenergie:  $V(r) = -\frac{\alpha}{r^n} + \frac{\beta}{r^m}, m > n$

→ zwischenatomare Kraft:  $F(r) = -\frac{dV(r)}{dr}, F(r_0) = 0$

→ Elastizitätsmodul:  $E = \left. -\frac{1}{r_0} \frac{dF}{dr} \right|_{r=r_0} = n(m-n) \cdot \frac{\alpha}{r_0^{n+3}}$